



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°0



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 15 et le produit de 2 par 5.
- **B** est le produit de la différence entre 15 et 2 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 5)^2 \quad D = (1 + 3)^3 \quad E = 2 \times 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

438 divisé par 8 712 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 391 par 11 ? Justifier.

$$(a) 391 = 11 \times 34 + 17 \quad (b) 391 = 11 \times 35 + 6 \quad (c) 391 = 11 \times 36 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 769					
717					
8 290					
875					
2 314					

2. Dans le nombre $4\square9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 133 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°0



CAPU0000

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 90 - 4 \times 3 \quad B = 3 \times 9 - 6 \times 4$$

$$C = (5 + 2) \times 4 - 5 \quad D = [5 + 7 \times (12 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 2 \times 2 + 5 = 17 \quad 5 \times 2 + 2 - 8 = 12$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 22 \times 39 - 22 \times 29 \quad F = 39 \times 99 \quad G = 79 + 5,05 + 21$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 6 \times 6 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 5^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3 \times 4^2 = 12^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

54 ; 144 ; 125 ; 123 ; 64 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 5 \quad B = (4 \times 5)^2 - 5$$

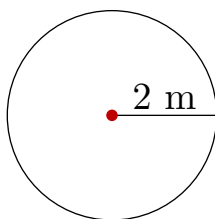
$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 4 = 5x$ est-elle vraie pour $x = 1$? Pour $x = 8$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 2 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 120 et 173.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 15 - 2 \times 5 = 15 - 10 = 5$

$B = (15 - 2) \times 5 = 13 \times 5 = 65$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$D = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

$E = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 54 = 432 \leq 438 < 440 = 8 \times 55$: le quotient est 54, le reste $438 - 432 = 6$.

$438 = 8 \times 54 + 6$, avec $6 < 8$.

$26 \times 27 = 702 \leq 712 < 728 = 26 \times 28$: le quotient est 27, le reste $712 - 702 = 10$.

$712 = 26 \times 27 + 10$, avec $10 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $391 = 11 \times 34 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $391 = 11 \times 35 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $391 = 11 \times 36 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 35, reste 6.

Comme $6 < 35$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 391 par 35 : quotient 11, reste 6.

3. $108 = 7 \times 15 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 15 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 769	non	oui	non	oui	non
717	non	oui	non	non	non
8 290	oui	non	oui	non	oui
875	non	non	oui	non	non
2 314	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°0



Sommes des chiffres :

$$5\,769 \rightarrow 5 + 7 + 6 + 9 = 27 \quad 717 \rightarrow 7 + 1 + 7 = 15 \quad 8\,290 \rightarrow 8 + 2 + 9 + 0 = 19$$
$$875 \rightarrow 8 + 7 + 5 = 20 \quad 2\,314 \rightarrow 2 + 3 + 1 + 4 = 10$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 9 = 13 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 459.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 133 est un multiple de 7. » **Vrai.** $133 = 7 \times 19$: le reste de la division de 133 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 90 - 4 \times 3 = 90 - 12 = 78$

$$B = 3 \times 9 - 6 \times 4 = 27 - 24 = 3$$

$$C = (5 + 2) \times 4 - 5 = 7 \times 4 - 5 = 28 - 5 = 23$$

$$D = [5 + 7 \times (12 - 2)] \div 5 = [5 + 7 \times 10] \div 5 = [5 + 70] \div 5 = 75 \div 5 = 15$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 + 2 \times (2 + 5) = 3 + 2 \times 7 = 3 + 14 = 17$$

$$5 \times (2 + 2) - 8 = 5 \times 4 - 8 = 20 - 8 = 12$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 22 \times 39 - 22 \times 29 = 22 \times (39 - 29) = 22 \times 10 = 220$$

$$F = 39 \times 99 = 39 \times (100 - 1) = 39 \times 100 - 39 \times 1 = 3\,900 - 39 = 3\,861$$

$$G = 79 + 5,05 + 21 = 79 + 21 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $6 \times 6 = 6^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $3 \times 4^2 = 12^2$ » **Faux.** $3 \times 4^2 = 3 \times 16 = 48$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 4.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 54 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 54 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 123 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 123 < 144 = 12^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 5 = 4 \times 25 - 5 = 100 - 5 = 95$

$$B = (4 \times 5)^2 - 5 = 20^2 - 5 = 400 - 5 = 395$$

$$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

$$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 1$: $x^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$ et $5x = 5 \times 1 = 5$.

5 = 5 : l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Pour $x = 8$: $x^2 + 4 = 8^2 + 4 = 64 + 4 = 68$ et $5x = 5 \times 8 = 40$.

68 $\neq$ 40 : l'égalité est fausse pour $x = 8$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 1 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 2^2 = \pi \times 4 = 4\pi$

a) L'aire exacte est $4\pi \text{ m}^2$.

$$4 \times 3,14 = 12,56$$

b) L'aire vaut environ 13 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 2^2$, et non $(\pi \times 2)^2$. On élève 2 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 120 et 173. » $\rightarrow$ encore 52 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144, 169.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).