



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°1



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 5 et 1.
- **B** est la somme des carrés de 5 et de 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 44 - 7 \times 5 \quad D = (6 + 9) \div 5 \quad E = 8 + 16 \div 2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

843 divisé par 6 2 461 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 332 par 9 ? Justifier.

$$(a) 332 = 9 \times 35 + 17 \quad (b) 332 = 9 \times 36 + 8 \quad (c) 332 = 9 \times 37 - 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 376 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 376 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
415					
4 977					
9 330					
7 448					
861					

2. Dans le nombre $4\square 8$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 141.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°1



CAPU0001

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 72 - 3 \times 5 \quad B = 5 \times 8 - 5 \times 4$$

$$C = 72 - 2 \times (18 - 7) \quad D = 1,4 + 3 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 6 \times 5 + 6 = 68 \quad 8 \times 7 - 8 + 2 = 46$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 + 3,45 + 80 \quad F = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3 \quad G = 23 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 3 \times 3 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 6 \quad 1^3 = 1 \quad (5 + 4)^2 = 5^2 + 4^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

85 ; 27 ; 81 ; 121 ; 64 ; 109

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 3 \quad B = (4 \times 2)^2 - 3$$

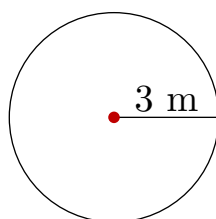
$$C = 2^2 + 3^2 \quad D = (2 + 3)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 5x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 59 et 109.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°1



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$

$B = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 44 - 7 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 44 et le produit de 7 par 5.

$D = (6 + 9) \div 5$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 6 et 9 par 5.

$E = 8 + 16 \div 2$ est une **somme** : c'est la somme de 8 et du quotient de 16 par 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 140 = 840 \leq 843 < 846 = 6 \times 141$: le quotient est 140, le reste $843 - 840 = 3$.

$843 = 6 \times 140 + 3$, avec $3 < 6$.

$11 \times 223 = 2\,453 \leq 2\,461 < 2\,464 = 11 \times 224$: le quotient est 223, le reste $2\,461 - 2\,453 = 8$.

$2\,461 = 11 \times 223 + 8$, avec $8 < 11$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $332 = 9 \times 35 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(b) $332 = 9 \times 36 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 9. ✓

(c) $332 = 9 \times 37 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 36, reste 8.

Comme $8 < 36$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 332 par 36 : quotient 9, reste 8.

3. $376 = 7 \times 53 + 5$

a) 376 jours font 53 semaines complètes et 5 jours.

Après 53 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 5 jours : mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 376 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
415	non	non	oui	non	non
4 977	non	oui	non	oui	non
9 330	oui	oui	oui	non	oui
7 448	oui	non	non	non	non
861	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°1



CAPU0001

Sommes des chiffres :

$$415 \rightarrow 4 + 1 + 5 = 10 \quad 4\,977 \rightarrow 4 + 9 + 7 + 7 = 27 \quad 9\,330 \rightarrow 9 + 3 + 3 + 0 = 15$$
$$7\,448 \rightarrow 7 + 4 + 4 + 8 = 23 \quad 861 \rightarrow 8 + 6 + 1 = 15$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 8 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12; \square = 3 : 15; \square = 6 : 18; \square = 9 : 21$$

4 solutions : 408, 438, 468, 498.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 68 est pair mais $68 = 3 \times 22 + 2$.
« 5 est un diviseur de 141. » **Faux.** $141 = 5 \times 28 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 72 - 3 \times 5 = 72 - 15 = 57$

$$B = 5 \times 8 - 5 \times 4 = 40 - 20 = 20$$

$$C = 72 - 2 \times (18 - 7) = 72 - 2 \times 11 = 72 - 22 = 50$$

$$D = 1,4 + 3 \times 1,2 = 1,4 + 3,6 = 5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 + 6 \times (5 + 6) = 2 + 6 \times 11 = 2 + 66 = 68$$

$$8 \times 7 - (8 + 2) = 8 \times 7 - 10 = 56 - 10 = 46$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 + 3,45 + 80 = 20 + 80 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$F = 3,6 \times 0,7 + 3,6 \times 0,3 = 3,6 \times (0,7 + 0,3) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 23 \times 99 = 23 \times (100 - 1) = 23 \times 100 - 23 \times 1 = 2\,300 - 23 = 2\,277$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 = 3^2 \quad 4 \times 4 \times 4 = 4^3 \quad 1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81 \quad 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64 \quad 0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } (5 + 4)^2 = 5^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (5 + 4)^2 = 9^2 = 81, \text{ alors que } 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 85 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2)$$

$$109 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 3 = 4 \times 4 - 3 = 16 - 3 = 13$

$B = (4 \times 2)^2 - 3 = 8^2 - 3 = 64 - 3 = 61$

$C = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$

$D = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 2$: $x^2 + 6 = 2^2 + 6 = 4 + 6 = 10$ et $5x = 5 \times 2 = 10$.

10 = 10 : l'égalité est vraie pour $x = 2$.

Pour $x = 6$: $x^2 + 6 = 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42$ et $5x = 5 \times 6 = 30$.

42 $\neq$ 30 : l'égalité est fausse pour $x = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 3$, et seulement pour 2 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.

$9 \times 3,14 = 28,26$

b) L'aire vaut environ 28 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 59 et 109. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 64, 81.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).