



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°10



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 16 et du quotient de 18 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 16 et 18 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (1 + 4)^2 \quad \mathbf{D} = (4 + 7) \times 8 \quad \mathbf{E} = 10 + 48 \div 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

278 divisé par 6 1 785 divisé par 20

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 303 par 8 ? Justifier.

$$(a) 303 = 8 \times 38 - 1 \quad (b) 303 = 8 \times 36 + 15 \quad (c) 303 = 8 \times 37 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 730					
2 781					
905					
147					
2 306					

2. Dans le nombre $5\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 168 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°10



CAPU0010

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 2 \times 5 \quad B = 8 \times 8 - 3 \times 2$$

$$C = 55 - 2 \times (15 - 6) \quad D = 8,7 + 3 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 2 \times 7 - 7 = 6 \quad 6 - 4 + 5 \times 4 = 28$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 41 \times 11 \quad F = 5 \times 94 \times 20 \quad G = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 8 + 8 + 8 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(1 + 5)^2 = 1^2 + 5^2 \quad 4 \times 5^2 = 20^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

147 ; 140 ; 16 ; 17 ; 36 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 8 \quad B = (2 \times 3)^2 - 8$$

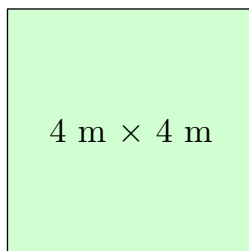
$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 24 = 10x$ est-elle vraie pour $x = 4$? Pour $x = 7$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 4 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 20 et 53.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°10



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 16 + 18 \div 2 = 16 + 9 = 25$

$$B = (16 + 18) \div 2 = 34 \div 2 = 17$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 1 et 4.

$$D = (4 + 7) \times 8 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de la somme de 4 et 7 par 8.}$$

$$E = 10 + 48 \div 8 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 10 et du quotient de 48 par 8.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 46 = 276 \leq 278 < 282 = 6 \times 47$: le quotient est 46, le reste $278 - 276 = 2$.

$$278 = 6 \times 46 + 2, \text{ avec } 2 < 6.$$

$$20 \times 89 = 1\,780 \leq 1\,785 < 1\,800 = 20 \times 90 : \text{le quotient est 89, le reste } 1\,785 - 1\,780 = 5.$$

$$1\,785 = 20 \times 89 + 5, \text{ avec } 5 < 20.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $303 = 8 \times 38 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $303 = 8 \times 36 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $303 = 8 \times 37 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 37, reste 7.

Comme $7 < 37$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 303 par 37 : quotient 8, reste 7.

3. $108 = 5 \times 21 + 3$, avec $3 < 5$

a) Chaque joueur reçoit 21 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 730	oui	oui	oui	non	oui
2 781	non	oui	non	oui	non
905	non	non	oui	non	non
147	non	oui	non	non	non
2 306	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°10



CAPU0010

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 2\,730 &\rightarrow 2 + 7 + 3 + 0 = 12 & 2\,781 &\rightarrow 2 + 7 + 8 + 1 = 18 & 905 &\rightarrow 9 + 0 + 5 = 14 \\ 147 &\rightarrow 1 + 4 + 7 = 12 & 2\,306 &\rightarrow 2 + 3 + 0 + 6 = 11 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 7 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12; \square = 3 : 15; \square = 6 : 18; \square = 9 : 21$$

4 solutions : 507, 537, 567, 597.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 64 est pair mais $64 = 3 \times 21 + 1$.
« 168 est un multiple de 6. » **Vrai.** $168 = 6 \times 28$: le reste de la division de 168 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 2 \times 5 = 22 + 10 = 32$

$$B = 8 \times 8 - 3 \times 2 = 64 - 6 = 58$$

$$C = 55 - 2 \times (15 - 6) = 55 - 2 \times 9 = 55 - 18 = 37$$

$$D = 8,7 + 3 \times 2,5 = 8,7 + 7,5 = 16,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 + 2 \times (7 - 7) = 6 + 2 \times 0 = 6 + 0 = 6$$

$$(6 - 4 + 5) \times 4 = (2 + 5) \times 4 = 7 \times 4 = 28$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 41 \times 11 = 41 \times (10 + 1) = 41 \times 10 + 41 \times 1 = 410 + 41 = 451$$

$$F = 5 \times 94 \times 20 = 5 \times 20 \times 94 = 100 \times 94 = 9\,400$$

$$G = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 = 12,5 \times (0,25 + 0,75) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $(1 + 5)^2 = 1^2 + 5^2$ » **Faux.** $(1 + 5)^2 = 6^2 = 36$, alors que $1^2 + 5^2 = 1 + 25 = 26$.

$$\text{« } 4 \times 5^2 = 20^2 \text{ » Faux. } 4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100, \text{ alors que } 20^2 = 400. \text{ Le carré ne porte que sur 5.}$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 17 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 17 < 25 = 5^2)$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

$$140 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 140 < 144 = 12^2) \quad 147 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 147 < 169 = 13^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 8 = 2 \times 9 - 8 = 18 - 8 = 10$

$$B = (2 \times 3)^2 - 8 = 6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$$

$$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$$

$$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 4 : x^2 + 24 = 4^2 + 24 = 16 + 24 = 40 \text{ et } 10x = 10 \times 4 = 40.$$

40 = 40 : l'égalité est vraie pour $x = 4$.

$$\text{Pour } x = 7 : x^2 + 24 = 7^2 + 24 = 49 + 24 = 73 \text{ et } 10x = 10 \times 7 = 70.$$

73 $\neq$ 70 : l'égalité est fausse pour $x = 7$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 6$, et seulement pour 4 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$4 \times 5 = 20$$

a) Il faut 20 carreaux le long d'un côté.

$$20 \text{ rangées de } 20 \text{ carreaux} : 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

b) Il faut 400 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 20 et 53. » $\rightarrow$ encore 32 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).