



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°100



CAPU0100

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 4 et de 7.
- **B** est le carré de la somme de 4 et 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 56 - 7 \times 7 \quad D = (2 \times 5)^2 \quad E = 4^2 + 5^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

886 divisé par 9 1 030 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 163 par 8 ? Justifier.

$$(a) 163 = 8 \times 20 + 3 \quad (b) 163 = 8 \times 21 - 5 \quad (c) 163 = 8 \times 19 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 158 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 033					
717					
875					
7 480					
5 048					

2. Dans le nombre $95\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 75 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°100



CAPU0100

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 35 - 15 + 15 \quad B = 20 + 72 \div 8 \times 3$$

$$C = (2 + 12) \times 6 - 12 \quad D = 2 \times [28 - (3 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 8 + 4 \times 9 = 132 \quad 3 \times 2 + 4 + 5 = 33$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 \quad F = 26 \times 11 \quad G = 4 \times 71 \times 25$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 8 + 8 + 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 0^2 = 0 \quad 3 \times 6^2 = 18^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

10 ; 16 ; 79 ; 1 000 ; 87 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 2 \quad B = (2 \times 2)^2 - 2$$

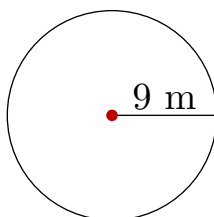
$$C = 3^2 + 6^2 \quad D = (3 + 6)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 6 = 7n$ est-elle vraie pour $n = 6$? Pour $n = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 9 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 20 et 46.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°100



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$

$B = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 56 - 7 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 56 et le produit de 7 par 7.

$D = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$E = 4^2 + 5^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 4 et de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 98 = 882 \leq 886 < 891 = 9 \times 99$: le quotient est 98, le reste $886 - 882 = 4$.

$886 = 9 \times 98 + 4$, avec $4 < 9$.

$17 \times 60 = 1\,020 \leq 1\,030 < 1\,037 = 17 \times 61$: le quotient est 60, le reste $1\,030 - 1\,020 = 10$.

$1\,030 = 17 \times 60 + 10$, avec $10 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $163 = 8 \times 20 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $163 = 8 \times 21 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $163 = 8 \times 19 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 20, reste 3.

Comme $3 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 163 par 20 : quotient 8, reste 3.

3. $158 = 12 \times 13 + 2$, avec $2 < 12$

a) Elle remplit 13 boîtes pleines.

b) Il reste 2 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 033	non	oui	non	oui	non
717	non	oui	non	non	non
875	non	non	oui	non	non
7 480	oui	non	oui	non	oui
5 048	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°100



CAPU0100

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,033 &\rightarrow 3 + 0 + 3 + 3 = 9 & 717 &\rightarrow 7 + 1 + 7 = 15 & 875 &\rightarrow 8 + 7 + 5 = 20 \\ 7\,480 &\rightarrow 7 + 4 + 8 + 0 = 19 & 5\,048 &\rightarrow 5 + 0 + 4 + 8 = 17 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $9 + 5 + \square = 14 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 954.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 75 est un multiple de 6. » **Faux.** $75 = 6 \times 12 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 35 - 15 + 15 = 20 + 15 = 35$

$$B = 20 + 72 \div 8 \times 3 = 20 + 9 \times 3 = 20 + 27 = 47$$

$$C = (2 + 12) \times 6 - 12 = 14 \times 6 - 12 = 84 - 12 = 72$$

$$D = 2 \times [28 - (3 + 2)] = 2 \times [28 - 5] = 2 \times 23 = 46$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (8 + 4 \times 9) = 3 \times (8 + 36) = 3 \times 44 = 132$$

$$3 \times (2 + 4 + 5) = 3 \times (6 + 5) = 3 \times 11 = 33$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 = 2,7 \times (1,3 + 8,7) = 2,7 \times 10 = 27$$

$$F = 26 \times 11 = 26 \times (10 + 1) = 26 \times 10 + 26 \times 1 = 260 + 26 = 286$$

$$G = 4 \times 71 \times 25 = 4 \times 25 \times 71 = 100 \times 71 = 7\,100$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $3 \times 6^2 = 18^2$ » **Faux.** $3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108$, alors que $18^2 = 324$. Le carré ne porte que sur 6.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$10 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 10 < 16 = 4^2) \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 79 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2)$$

$$87 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°100



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 2 = 2 \times 4 - 2 = 8 - 2 = 6$

$$B = (2 \times 2)^2 - 2 = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

$$C = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$$

$$D = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 + 6 = 6^2 + 6 = 36 + 6 = 42 \text{ et } 7n = 7 \times 6 = 42.$$

42 = 42 : l'égalité est vraie pour $n = 6$.

$$\text{Pour } n = 2 : n^2 + 6 = 2^2 + 6 = 4 + 6 = 10 \text{ et } 7n = 7 \times 2 = 14.$$

10 $\neq$ 14 : l'égalité est fausse pour $n = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 6 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 9^2 = \pi \times 81 = 81\pi$

a) L'aire exacte est $81\pi \text{ m}^2$.

$$81 \times 3,14 = 254,34$$

b) L'aire vaut environ 254 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 9^2$, et non $(\pi \times 9)^2$. On élève 9 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 20 et 46. » $\rightarrow$ encore 25 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).