



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°101



CAPU0101

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 21 et du quotient de 27 par 3.
- **B** est le quotient de la somme de 21 et 27 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 2)^2 \quad D = 4 + 3 \times 9 \quad E = 26 - 3 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

313 divisé par 6 2 061 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 355 par 13 ? Justifier.

$$(a) 355 = 13 \times 28 - 9 \quad (b) 355 = 13 \times 26 + 17 \quad (c) 355 = 13 \times 27 + 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 246 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 246 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
325					
5 589					
1 890					
2 086					
771					

2. Dans le nombre $6\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 60 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°101



CAPU0101

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 39 - 13 + 6 \quad B = 40 \div 8 \times 5$$

$$C = 98 - 2 \times (13 - 2) \quad D = [7 + 9 \times (9 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 4 \times 9 - 2 = 88 \quad 8 + 3 - 6 + 2 = 3$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 47 \times 101 \quad F = 18 + 3,45 + 82 \quad G = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 6 \times 6 \quad 4 + 4 + 4 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 7^2 = 14 \quad 2^3 = 6$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

39 ; 83 ; 36 ; 1 000 ; 145 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 5^2 - 9 \quad B = (3 \times 5)^2 - 9$$

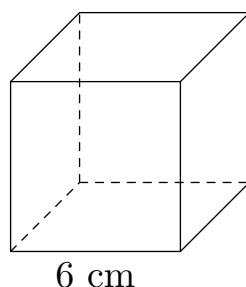
$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (4 + 2)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 18 = 9x$ est-elle vraie pour $x = 8$? Pour $x = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 6 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 17 et 60.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°101



CAPU0101

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 21 + 27 \div 3 = 21 + 9 = 30$

$B = (21 + 27) \div 3 = 48 \div 3 = 16$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 3 et 2.

$D = 4 + 3 \times 9$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du produit de 3 par 9.

$E = 26 - 3 \times 5$ est une **différence** : c'est la différence entre 26 et le produit de 3 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 52 = 312 \leq 313 < 318 = 6 \times 53$: le quotient est 52, le reste $313 - 312 = 1$.

$313 = 6 \times 52 + 1$, avec $1 < 6$.

$13 \times 158 = 2\,054 \leq 2\,061 < 2\,067 = 13 \times 159$: le quotient est 158, le reste $2\,061 - 2\,054 = 7$.

$2\,061 = 13 \times 158 + 7$, avec $7 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $355 = 13 \times 28 - 9$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $355 = 13 \times 26 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $355 = 13 \times 27 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 27, reste 4.

Comme $4 < 27$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 355 par 27 : quotient 13, reste 4.

3. $246 = 7 \times 35 + 1$

a) 246 jours font 35 semaines complètes et 1 jour.

Après 35 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 1 jour : jeudi → vendredi.

b) Dans 246 jours, nous serons vendredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
325	non	non	oui	non	non
5 589	non	oui	non	oui	non
1 890	oui	oui	oui	oui	oui
2 086	oui	non	non	non	non
771	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°101



CAPU0101

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 325 &\rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 & 5\,589 &\rightarrow 5 + 5 + 8 + 9 = 27 & 1\,890 &\rightarrow 1 + 8 + 9 + 0 = 18 \\ 2\,086 &\rightarrow 2 + 0 + 8 + 6 = 16 & 771 &\rightarrow 7 + 7 + 1 = 15 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 1 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 2 : 9$$

Une seule solution : 621.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 83 se termine par 3, mais $83 = 3 \times 27 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 60 est un multiple de 4. » **Vrai.** $60 = 4 \times 15$: le reste de la division de 60 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 39 - 13 + 6 = 26 + 6 = 32$

$$B = 40 \div 8 \times 5 = 5 \times 5 = 25$$

$$C = 98 - 2 \times (13 - 2) = 98 - 2 \times 11 = 98 - 22 = 76$$

$$D = [7 + 9 \times (9 - 1)] \div 5 = [7 + 9 \times 8] \div 5 = [7 + 72] \div 5 = 79 \div 5 = 15,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 4) \times 9 - 2 = 10 \times 9 - 2 = 90 - 2 = 88$$

$$8 + 3 - (6 + 2) = 8 + 3 - 8 = 11 - 8 = 3$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 47 \times 101 = 47 \times (100 + 1) = 47 \times 100 + 47 \times 1 = 4\,700 + 47 = 4\,747$$

$$F = 18 + 3,45 + 82 = 18 + 82 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

$$G = 4,5 \times 1,3 + 4,5 \times 8,7 = 4,5 \times (1,3 + 8,7) = 4,5 \times 10 = 45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $6 \times 6 = 6^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 7^2 = 14 \text{ » Faux. } 7^2 = 7 \times 7 = 49. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 7 \times 2 = 14, \text{ c'est le double.}$$

$$\text{« } 2^3 = 6 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8, \text{ et non } 3 \times 2.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$39 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2) \quad 83 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 83 < 100 = 10^2)$$

$$145 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 5^2 - 9 = 3 \times 25 - 9 = 75 - 9 = 66$

$B = (3 \times 5)^2 - 9 = 15^2 - 9 = 225 - 9 = 216$

$C = 4^2 + 2^2 = 16 + 4 = 20$

$D = (4 + 2)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 8$: $x^2 + 18 = 8^2 + 18 = 64 + 18 = 82$ et $9x = 9 \times 8 = 72$.

$82 \neq 72$: l'égalité est fausse pour $x = 8$.

Pour $x = 6$: $x^2 + 18 = 6^2 + 18 = 36 + 18 = 54$ et $9x = 9 \times 6 = 54$.

$54 = 54$: l'égalité est vraie pour $x = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 3$, et seulement pour 6 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 6 petits cubes sur $6 : 6^2 = 6 \times 6 = 36$.

a) On voit 36 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 6 couches de 36 petits cubes : $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

b) Il a utilisé 216 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $6 - 2 = 4$ petits cubes d'arête. $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

c) 64 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 17 et 60. » $\rightarrow$ encore 42 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 25, 36, 49.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).