



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°102



CAPU0102

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 6 et 5.
- **B** est la somme des carrés de 6 et de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (8 + 9) \times 5 \quad D = 3 + 12 \div 4 \quad E = (8 + 19) \div 9$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$194 \text{ divisé par } 7 \quad 1\,846 \text{ divisé par } 21$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 367 par 9 ? Justifier.

$$(a) 367 = 9 \times 40 + 7 \quad (b) 367 = 9 \times 39 + 16 \quad (c) 367 = 9 \times 41 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 117 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 570					
9 448					
4 887					
957					
295					

2. Dans le nombre $1\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 114 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°102



CAPU0102

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 35 - 8 + 5 \quad B = 2 + 30 \div 6 \times 3$$

$$C = (9 + 11) \times 3 - 9 \quad D = 2,3 + 5 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 3 + 4 \times 6 = 186 \quad 8 \times 9 + 3 - 7 = 40$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 39 \times 39 - 39 \times 29 \quad F = 2 \times 43 \times 5 \quad G = 20 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \times 3 \quad 6 \times 6 \quad 6 + 6 + 6 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad 1^3 = 1 \quad (1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 62 ; 81 ; 55 ; 144 ; 41

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 6 \quad B = (5 \times 4)^2 - 6$$

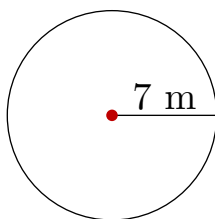
$$C = 3^2 + 4^2 \quad D = (3 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $5x^2$ pour $x = 2$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 7 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 14 et 79.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°102



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$

$B = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (8 + 9) \times 5$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 8 et 9 par 5.

$D = 3 + 12 \div 4$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du quotient de 12 par 4.

$E = (8 + 19) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 8 et 19 par 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 27 = 189 \leq 194 < 196 = 7 \times 28$: le quotient est 27, le reste $194 - 189 = 5$.

$194 = 7 \times 27 + 5$, avec $5 < 7$.

$21 \times 87 = 1\,827 \leq 1\,846 < 1\,848 = 21 \times 88$: le quotient est 87, le reste $1\,846 - 1\,827 = 19$.

$1\,846 = 21 \times 87 + 19$, avec $19 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 9 » :

(a) $367 = 9 \times 40 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 9. ✓

(b) $367 = 9 \times 39 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 9, on pouvait encore mettre 9 une fois de plus.

(c) $367 = 9 \times 41 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 40, reste 7.

Comme $7 < 40$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 367 par 40 : quotient 9, reste 7.

3. $117 = 15 \times 7 + 12$

En 7 soirs, elle lit 105 pages ; il lui en reste encore 12.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 12 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 570	oui	oui	oui	non	oui
9 448	oui	non	non	non	non
4 887	non	oui	non	oui	non
957	non	oui	non	non	non
295	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°102



CAPU0102

Sommes des chiffres :

$$9\ 570 \rightarrow 9 + 5 + 7 + 0 = 21 \quad 9\ 448 \rightarrow 9 + 4 + 4 + 8 = 25 \quad 4\ 887 \rightarrow 4 + 8 + 8 + 7 = 27$$
$$957 \rightarrow 9 + 5 + 7 = 21 \quad 295 \rightarrow 2 + 9 + 5 = 16$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 1 = 2 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 7 : 9$$

Une seule solution : 171.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 12 est divisible par 3 ($12 = 3 \times 4$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 114 est un multiple de 6. » **Vrai.** $114 = 6 \times 19$: le reste de la division de 114 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 35 - 8 + 5 = 27 + 5 = 32$

$$B = 2 + 30 \div 6 \times 3 = 2 + 5 \times 3 = 2 + 15 = 17$$

$$C = (9 + 11) \times 3 - 9 = 20 \times 3 - 9 = 60 - 9 = 51$$

$$D = 2,3 + 5 \times 0,2 = 2,3 + 1 = 3,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 \times 3 + 4) \times 6 = (27 + 4) \times 6 = 31 \times 6 = 186$$

$$8 \times (9 + 3 - 7) = 8 \times (12 - 7) = 8 \times 5 = 40$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 39 \times 39 - 39 \times 29 = 39 \times (39 - 29) = 39 \times 10 = 390$$

$$F = 2 \times 43 \times 5 = 2 \times 5 \times 43 = 10 \times 43 = 430$$

$$G = 20 \times 99 = 20 \times (100 - 1) = 20 \times 100 - 20 \times 1 = 2\ 000 - 20 = 1\ 980$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3 \quad 6 \times 6 = 6^2 \quad 1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81 \quad 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27 \quad 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } (1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (1 + 3)^2 = 4^2 = 16, \text{ alors que } 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 41 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2)$$

$$55 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 55 < 64 = 8^2) \quad 62 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 62 < 64 = 8^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°102



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 6 = 5 \times 16 - 6 = 80 - 6 = 74$

$B = (5 \times 4)^2 - 6 = 20^2 - 6 = 400 - 6 = 394$

$C = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$D = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 2$: $5x^2 = 5 \times 2^2 = 5 \times 4 = 20$

Pour $x = 10$: $5x^2 = 5 \times 10^2 = 5 \times 100 = 500$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 7^2 = \pi \times 49 = 49\pi$

a) L'aire exacte est $49\pi \text{ m}^2$.

$49 \times 3,14 = 153,86$

b) L'aire vaut environ 154 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 7^2$, et non $(\pi \times 7)^2$. On élève 7 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 14 et 79. » $\rightarrow$ encore 64 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).