



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°103



CAPU0103

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 16 et 2 par 3.
- **B** est la différence entre 16 et le produit de 2 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (10 + 2) \div 3 \quad D = 30 - 6 \times 4 \quad E = 8 \times (18 - 11)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$905 \text{ divisé par } 4 \quad 1\,319 \text{ divisé par } 29$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 219 par 7 ? Justifier.

$$(a) 219 = 7 \times 30 + 9 \quad (b) 219 = 7 \times 31 + 2 \quad (c) 219 = 7 \times 32 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 108 cartes entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565					
8 289					
6 320					
897					
2 458					

2. Dans le nombre $53\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 120.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°103



CAPU0103

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 43 - 10 + 15 \quad B = 13 + 18 \div 2 \times 2$$

$$C = 91 - 2 \times (10 - 8) \quad D = [4 + 8 \times (9 - 3)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 9 - 9 + 2 = 2 \quad 2 + 3 \times 2 - 4 = 6$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 68 + 12,6 + 32 \quad F = 46 \times 11 \quad G = 30 \times 77 - 30 \times 67$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,4 \times 0,4 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 11 \times 11 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,3^2 = 0,9 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 134 ; 1 000 ; 23 ; 49 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 5 \quad B = (3 \times 4)^2 - 5$$

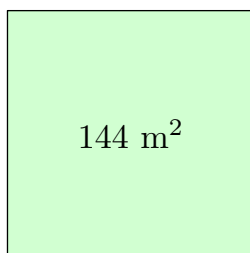
$$C = 3^2 + 6^2 \quad D = (3 + 6)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 2$ et $B = (3x)^2 - 2$. Calculer A et B pour $x = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 97 et 145.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°103



CAPU0103

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (16 - 2) \times 3 = 14 \times 3 = 42$

$B = 16 - 2 \times 3 = 16 - 6 = 10$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (10 + 2) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 10 et 2 par 3.

$D = 30 - 6 \times 4$ est une **différence** : c'est la différence entre 30 et le produit de 6 par 4.

$E = 8 \times (18 - 11)$ est un **produit** : c'est le produit de 8 par la différence entre 18 et 11.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 226 = 904 \leq 905 < 908 = 4 \times 227$: le quotient est 226, le reste $905 - 904 = 1$.

$905 = 4 \times 226 + 1$, avec $1 < 4$.

$29 \times 45 = 1\,305 \leq 1\,319 < 1\,334 = 29 \times 46$: le quotient est 45, le reste $1\,319 - 1\,305 = 14$.

$1\,319 = 29 \times 45 + 14$, avec $14 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $219 = 7 \times 30 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $219 = 7 \times 31 + 2$: le reste 2 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $219 = 7 \times 32 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 31, reste 2.

Comme $2 < 31$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 219 par 31 : quotient 7, reste 2.

3. $108 = 7 \times 15 + 3$, avec $3 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 15 cartes.

b) La pioche contient 3 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
565	non	non	oui	non	non
8 289	non	oui	non	oui	non
6 320	oui	non	oui	non	oui
897	non	oui	non	non	non
2 458	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°103



CAPU0103

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 565 &\rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 & 8\,289 &\rightarrow 8 + 2 + 8 + 9 = 27 & 6\,320 &\rightarrow 6 + 3 + 2 + 0 = 11 \\ 897 &\rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 & 2\,458 &\rightarrow 2 + 4 + 5 + 8 = 19 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $5 + 3 + \square = 8 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 12$$

Une seule solution : 534.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 22 est pair mais $22 = 3 \times 7 + 1$.

« 6 est un diviseur de 120. » **Vrai.** $120 = 6 \times 20$: le reste de la division de 120 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 43 - 10 + 15 = 33 + 15 = 48$

$$B = 13 + 18 \div 2 \times 2 = 13 + 9 \times 2 = 13 + 18 = 31$$

$$C = 91 - 2 \times (10 - 8) = 91 - 2 \times 2 = 91 - 4 = 87$$

$$D = [4 + 8 \times (9 - 3)] \div 5 = [4 + 8 \times 6] \div 5 = [4 + 48] \div 5 = 52 \div 5 = 10,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 + 9 - (9 + 2) = 4 + 9 - 11 = 13 - 11 = 2$$

$$(2 + 3) \times 2 - 4 = 5 \times 2 - 4 = 10 - 4 = 6$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 68 + 12,6 + 32 = 68 + 32 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 46 \times 11 = 46 \times (10 + 1) = 46 \times 10 + 46 \times 1 = 460 + 46 = 506$$

$$G = 30 \times 77 - 30 \times 67 = 30 \times (77 - 67) = 30 \times 10 = 300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $11 \times 11 = 11^2$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $0,3^2 = 0,9$ » **Faux.** $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$23 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 23 < 25 = 5^2) \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°103



CAPU0103

134 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2$) 1 000 = 10^3 : **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 5 = 3 \times 16 - 5 = 48 - 5 = 43$

$$B = (3 \times 4)^2 - 5 = 12^2 - 5 = 144 - 5 = 139$$

$$C = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$$

$$D = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 2 = 3 \times 2^2 - 2 = 3 \times 4 - 2 = 12 - 2 = 10$$

$$B = (3x)^2 - 2 = (3 \times 2)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 3x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$$4 \times 12 = 48$$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 97 et 145. » $\rightarrow$ encore 47 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121, 144.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).