



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°104



CAPU0104

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 15 et du produit de 5 par 5.
- **B** est le produit de la somme de 15 et 5 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times (16 - 11) \quad \mathbf{D} = (40 + 16) \div 8 \quad \mathbf{E} = (2 + 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

519 divisé par 5 2 210 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 304 par 13 ? Justifier.

$$(a) 304 = 13 \times 22 + 18 \quad (b) 304 = 13 \times 24 - 8 \quad (c) 304 = 13 \times 23 + 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 63 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
591					
9 333					
325					
9 250					
2 632					

2. Dans le nombre $4\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 188.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°104



CAPU0104

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 19 + 6 \times 4 \quad B = 12 \div 6 \times 3$$

$$C = 57 - 3 \times (11 - 8) \quad D = 4,3 + 6 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 - 2 + 6 \times 2 = 16 \quad 6 + 3 - 2 + 6 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 \quad F = 19 \times 11 \quad G = 2 \times 54 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 \times 8 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 4 + 4 + 4 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^2 = 6 \quad 3^3 = 9 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

29 ; 138 ; 60 ; 36 ; 25 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 3 \quad B = (3 \times 2)^2 - 3$$

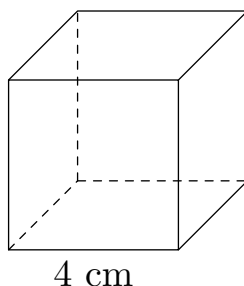
$$C = 4^2 + 5^2 \quad D = (4 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 15 = 8x$ est-elle vraie pour $x = 8$? Pour $x = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 89 et 147.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 15 + 5 \times 5 = 15 + 25 = 40$

$$B = (15 + 5) \times 5 = 20 \times 5 = 100$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times (16 - 11)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 16 et 11.

$$D = (40 + 16) \div 8 \text{ est un } \mathbf{quotient} : \text{c'est le quotient de la somme de 40 et 16 par 8.}$$

$$E = (2 + 6)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 2 et 6.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 103 = 515 \leq 519 < 520 = 5 \times 104$: le quotient est 103, le reste $519 - 515 = 4$.

$$519 = 5 \times 103 + 4, \text{ avec } 4 < 5.$$

$$12 \times 184 = 2\,208 \leq 2\,210 < 2\,220 = 12 \times 185 : \text{le quotient est 184, le reste } 2\,210 - 2\,208 = 2.$$

$$2\,210 = 12 \times 184 + 2, \text{ avec } 2 < 12.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $304 = 13 \times 22 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(b) $304 = 13 \times 24 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $304 = 13 \times 23 + 5$: le reste 5 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 23, reste 5.

Comme $5 < 23$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 304 par 23 : quotient 23, reste 5.

3. $63 = 8 \times 7 + 7$

7 minibus pleins transportent 56 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 7 = 1$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°104



CAPU0104

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
591	non	oui	non	non	non
9 333	non	oui	non	oui	non
325	non	non	oui	non	non
9 250	oui	non	oui	non	oui
2 632	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$591 \rightarrow 5 + 9 + 1 = 15 \quad 9\,333 \rightarrow 9 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18 \quad 325 \rightarrow 3 + 2 + 5 = 10$$

$$9\,250 \rightarrow 9 + 2 + 5 + 0 = 16 \quad 2\,632 \rightarrow 2 + 6 + 3 + 2 = 13$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 0 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 450.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 9 est un diviseur de 188. » **Faux.** $188 = 9 \times 20 + 8$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 19 + 6 \times 4 = 19 + 24 = 43$

$$B = 12 \div 6 \times 3 = 2 \times 3 = 6$$

$$C = 57 - 3 \times (11 - 8) = 57 - 3 \times 3 = 57 - 9 = 48$$

$$D = 4,3 + 6 \times 1,5 = 4,3 + 9 = 13,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 - 2 + 6) \times 2 = (2 + 6) \times 2 = 8 \times 2 = 16$$

$$6 + 3 - (2 + 6) = 6 + 3 - 8 = 9 - 8 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 19 \times 11 = 19 \times (10 + 1) = 19 \times 10 + 19 \times 1 = 190 + 19 = 209$$

$$G = 2 \times 54 \times 50 = 2 \times 50 \times 54 = 100 \times 54 = 5\,400$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°104



CAPU0104

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $8 \times 8 = 8^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $4^3 = 64$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $3^2 = 6$ » **Faux**. $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

« $3^3 = 9$ » **Faux**. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$25 = 5^2$: **carré** $27 = 3^3$: **cube**

29 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 29 < 36 = 6^2$) $36 = 6^2$: **carré**

60 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 60 < 64 = 8^2$) 138 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 138 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 3 = 3 \times 4 - 3 = 12 - 3 = 9$

$B = (3 \times 2)^2 - 3 = 6^2 - 3 = 36 - 3 = 33$

$C = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

$D = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 8$: $x^2 + 15 = 8^2 + 15 = 64 + 15 = 79$ et $8x = 8 \times 8 = 64$.

$79 \neq 64$: l'égalité est fausse pour $x = 8$.

Pour $x = 5$: $x^2 + 15 = 5^2 + 15 = 25 + 15 = 40$ et $8x = 8 \times 5 = 40$.

$40 = 40$: l'égalité est vraie pour $x = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 3$, et seulement pour 5 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°104



CAPU0104

« Je suis compris entre 89 et 147. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).