



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°105



CAPU0105

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 12 et 8 par 4.
- **B** est la somme de 12 et du quotient de 8 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times 8^2 - 15 \quad \mathbf{D} = (2 + 1)^3 \quad \mathbf{E} = 3^2 + 5^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

638 divisé par 9 550 divisé par 19

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 171 par 11 ? Justifier.

$$(a) 171 = 11 \times 14 + 17 \quad (b) 171 = 11 \times 15 + 6 \quad (c) 171 = 11 \times 16 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 254 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
715					
897					
6 970					
4 041					
4 442					

2. Dans le nombre $45\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 171 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°105



CAPU0105

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 3 + 2 \times 3 \quad B = 9 \times 9 - 3 \times 5$$

$$C = (2 + 12) \times 3 - 11 \quad D = 3,3 + 6 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 3 \times 4 \times 2 = 96 \quad 2 \times 9 - 9 - 8 = 17$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 16 \times 99 \quad F = 22 + 5,05 + 78 \quad G = 37 \times 87 + 37 \times 13$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 \times 2 \times 2 \quad 8 \times 8 \quad 4 + 4 + 4 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad 3 \times 6^2 = 18^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 8 ; 121 ; 87 ; 118 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 6 \quad B = (4 \times 6)^2 - 6$$

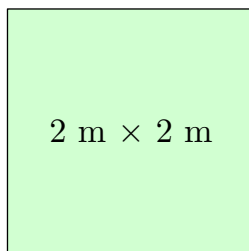
$$C = 5^2 + 1^2 \quad D = (5 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 + 6n$ pour $n = 4$, puis pour $n = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 2 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 158 et 203.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°105



CAPU0105

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (12 + 8) \div 4 = 20 \div 4 = 5$

$B = 12 + 8 \div 4 = 12 + 2 = 14$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times 8^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 5 par le carré de 8 et 15.

$D = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

$E = 3^2 + 5^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 70 = 630 \leq 638 < 639 = 9 \times 71$: le quotient est 70, le reste $638 - 630 = 8$.

$638 = 9 \times 70 + 8$, avec $8 < 9$.

$19 \times 28 = 532 \leq 550 < 551 = 19 \times 29$: le quotient est 28, le reste $550 - 532 = 18$.

$550 = 19 \times 28 + 18$, avec $18 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $171 = 11 \times 14 + 17$: le « reste » 17 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $171 = 11 \times 15 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $171 = 11 \times 16 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 15, reste 6.

Comme $6 < 15$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 171 par 15 : quotient 11, reste 6.

3. $254 = 25 \times 10 + 4$

En 10 soirs, elle lit 250 pages ; il lui en reste encore 4.

a) Il lui faut $10 + 1 = 11$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 4 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
715	non	non	oui	non	non
897	non	oui	non	non	non
6 970	oui	non	oui	non	oui
4 041	non	oui	non	oui	non
4 442	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°105



CAPU0105

Sommes des chiffres :

$$715 \rightarrow 7 + 1 + 5 = 13 \quad 897 \rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 \quad 6\,970 \rightarrow 6 + 9 + 7 + 0 = 22$$

$$4\,041 \rightarrow 4 + 0 + 4 + 1 = 9 \quad 4\,442 \rightarrow 4 + 4 + 4 + 2 = 14$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $4 + 5 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9; \square = 6 : 15$$

2 solutions : 450, 456.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 23 se termine par 3, mais $23 = 3 \times 7 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 171 est un multiple de 9. » **Vrai.** $171 = 9 \times 19$: le reste de la division de 171 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 3 + 2 \times 3 = 3 + 6 = 9$

$$B = 9 \times 9 - 3 \times 5 = 81 - 15 = 66$$

$$C = (2 + 12) \times 3 - 11 = 14 \times 3 - 11 = 42 - 11 = 31$$

$$D = 3,3 + 6 \times 1,5 = 3,3 + 9 = 12,3$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 + 3) \times 4 \times 2 = 12 \times 4 \times 2 = 48 \times 2 = 96$$

$$2 \times 9 - (9 - 8) = 2 \times 9 - 1 = 18 - 1 = 17$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 16 \times 99 = 16 \times (100 - 1) = 16 \times 100 - 16 \times 1 = 1\,600 - 16 = 1\,584$$

$$F = 22 + 5,05 + 78 = 22 + 78 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

$$G = 37 \times 87 + 37 \times 13 = 37 \times (87 + 13) = 37 \times 100 = 3\,700$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3 \quad 8 \times 8 = 8^2 \quad 1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81 \quad 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64 \quad 0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $(4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2$ » **Faux.** $(4 + 3)^2 = 7^2 = 49$, alors que $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $3 \times 6^2 = 18^2$ » **Faux.** $3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108$, alors que $18^2 = 324$. Le carré ne porte que sur 6.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 87 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (9^2 = 81 < 87 < 100 = 10^2)$$

$$118 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°105



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 6 = 4 \times 36 - 6 = 144 - 6 = 138$

$$B = (4 \times 6)^2 - 6 = 24^2 - 6 = 576 - 6 = 570$$

$$C = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$$

$$D = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 4 : n^2 + 6n = 4^2 + 6 \times 4 = 16 + 6 \times 4 = 16 + 24 = 40$$

$$\text{Pour } n = 10 : n^2 + 6n = 10^2 + 6 \times 10 = 100 + 6 \times 10 = 100 + 60 = 160$$

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$2 \times 5 = 10$$

a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.

$$10 \text{ rangées de } 10 \text{ carreaux} : 10^2 = 10 \times 10 = 100$$

b) Il faut 100 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 158 et 203. » $\rightarrow$ encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).