



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°106



CAPU0106

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 21 et le produit de 6 par 2.
- **B** est le produit de la différence entre 21 et 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 4 \times 9^2 - 5 \quad D = 2 \times 4^2 \quad E = (2 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

459 divisé par 6 1 479 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 322 par 11 ? Justifier.

$$(a) 322 = 11 \times 30 - 8 \quad (b) 322 = 11 \times 28 + 14 \quad (c) 322 = 11 \times 29 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 30 élèves en sortie dans des minibus de 8 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 506					
651					
775					
6 183					
7 850					

2. Dans le nombre $2\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 171.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°106



CAPU0106

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 27 + 9 \times 5 \quad B = 14 + 49 \div 7 \times 4$$

$$C = (8 + 7) \times 5 - 3 \quad D = [6 + 4 \times (10 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 7 \times 4 - 3 = 28 \quad 9 + 5 + 4 \times 9 = 162$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 46 \times 125 \quad F = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 \quad G = 28 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 12 \times 12 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 9 + 9 + 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 5^2 = 20^2 \quad 1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

23 ; 100 ; 36 ; 113 ; 32 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 5 \quad B = (5 \times 6)^2 - 5$$

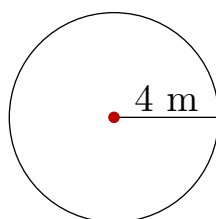
$$C = 7^2 + 2^2 \quad D = (7 + 2)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 10 = 7x$ est-elle vraie pour $x = 8$? Pour $x = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 4 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 64 et 106.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 21 - 6 \times 2 = 21 - 12 = 9$

$B = (21 - 6) \times 2 = 15 \times 2 = 30$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times 9^2 - 5$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 9 et 5.

$D = 2 \times 4^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 4.

$E = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 76 = 456 \leq 459 < 462 = 6 \times 77$: le quotient est 76, le reste $459 - 456 = 3$.

$459 = 6 \times 76 + 3$, avec $3 < 6$.

$13 \times 113 = 1\,469 \leq 1\,479 < 1\,482 = 13 \times 114$: le quotient est 113, le reste $1\,479 - 1\,469 = 10$.

$1\,479 = 13 \times 113 + 10$, avec $10 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $322 = 11 \times 30 - 8$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $322 = 11 \times 28 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $322 = 11 \times 29 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 29, reste 3.

Comme $3 < 29$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 322 par 29 : quotient 11, reste 3.

3. $30 = 8 \times 3 + 6$

3 minibus pleins transportent 24 élèves ; il en reste 6 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $8 - 6 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 506	oui	non	non	non	non
651	non	oui	non	non	non
775	non	non	oui	non	non
6 183	non	oui	non	oui	non
7 850	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$6\ 506 \rightarrow 6 + 5 + 0 + 6 = 17 \quad 651 \rightarrow 6 + 5 + 1 = 12 \quad 775 \rightarrow 7 + 7 + 5 = 19$$

$$6\ 183 \rightarrow 6 + 1 + 8 + 3 = 18 \quad 7\ 850 \rightarrow 7 + 8 + 5 + 0 = 20$$

2. Somme des chiffres : $2 + \square + 3 = 5 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 6; \square = 4 : 9; \square = 7 : 12$$

3 solutions : 213, 243, 273.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 88 est pair mais $88 = 3 \times 29 + 1$.

« 7 est un diviseur de 171. » **Faux.** $171 = 7 \times 24 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 27 + 9 \times 5 = 27 + 45 = 72$

$$B = 14 + 49 \div 7 \times 4 = 14 + 7 \times 4 = 14 + 28 = 42$$

$$C = (8 + 7) \times 5 - 3 = 15 \times 5 - 3 = 75 - 3 = 72$$

$$D = [6 + 4 \times (10 - 4)] \div 5 = [6 + 4 \times 6] \div 5 = [6 + 24] \div 5 = 30 \div 5 = 6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times 7 \times (4 - 3) = 4 \times 7 \times 1 = 28 \times 1 = 28$$

$$(9 + 5 + 4) \times 9 = (14 + 4) \times 9 = 18 \times 9 = 162$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 46 \times 125 = 8 \times 125 \times 46 = 1\ 000 \times 46 = 46\ 000$$

$$F = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 = 3,6 \times (0,4 + 0,6) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

$$G = 28 \times 99 = 28 \times (100 - 1) = 28 \times 100 - 28 \times 1 = 2\ 800 - 28 = 2\ 772$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°106



CAPU0106

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $12 \times 12 = 12^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux**. $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

23 : ni l'un ni l'autre ($4^2 = 16 < 23 < 25 = 5^2$) 32 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 32 < 36 = 6^2$)

$36 = 6^2$: **carré** $100 = 10^2$: **carré**

113 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 113 < 121 = 11^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 5 = 5 \times 36 - 5 = 180 - 5 = 175$

$B = (5 \times 6)^2 - 5 = 30^2 - 5 = 900 - 5 = 895$

$C = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$

$D = (7 + 2)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 8$: $x^2 + 10 = 8^2 + 10 = 64 + 10 = 74$ et $7x = 7 \times 8 = 56$.

$74 \neq 56$: l'égalité est fausse pour $x = 8$.

Pour $x = 2$: $x^2 + 10 = 2^2 + 10 = 4 + 10 = 14$ et $7x = 7 \times 2 = 14$.

$14 = 14$: l'égalité est vraie pour $x = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 2 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 4^2 = \pi \times 16 = 16\pi$

a) **L'aire exacte est $16\pi\text{ m}^2$.**

$16 \times 3,14 = 50,24$

b) **L'aire vaut environ 50 m^2 .**

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 4^2$, et non $(\pi \times 4)^2$. On élève 4 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 64 et 106. » $\rightarrow$ encore 41 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 100.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°106



Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).