



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°107



CAPU0107

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 5 et 7.
- **B** est la somme des carrés de 5 et de 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 7 \times (8 - 5) \quad D = 3 \times 4^2 - 18 \quad E = 13 + 20 \div 4$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

178 divisé par 3      559 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 263 par 13 ? Justifier.

$$(a) 263 = 13 \times 20 + 3 \quad (b) 263 = 13 \times 21 - 10 \quad (c) 263 = 13 \times 19 + 16$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 55 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 681    |       |       |       |       |        |
| 445    |       |       |       |       |        |
| 8 163  |       |       |       |       |        |
| 7 502  |       |       |       |       |        |
| 5 770  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $8\square9$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 4 est un diviseur de 49.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°107



CAPU0107

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 82 - 3 \times 9 \quad B = 7 + 16 \div 8 \times 2$$

$$C = 66 - 4 \times (20 - 6) \quad D = 2 \times [34 - (4 + 4)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 8 - 8 - 5 = 10 \quad 2 + 2 \times 3 \times 9 = 72$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 21 \times 101 \quad F = 38 \times 19 + 38 \times 81 \quad G = 8 \times 20 \times 125$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 7^2 = 14 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 36 ; 106 ; 81 ; 64 ; 140

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 7 \quad B = (5 \times 5)^2 - 7$$

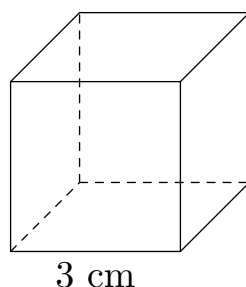
$$C = 5^2 + 4^2 \quad D = (5 + 4)^2$$

2. L'égalité  $x^2 + 15 = 8x$  est-elle vraie pour  $x = 3$  ? Pour  $x = 2$  ?

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 10 et 46.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°107



CAPU0107

### Correction

#### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$

$$B = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = 7 \times (8 - 5)$  est un **produit** : c'est le produit de 7 par la différence entre 8 et 5.

$D = 3 \times 4^2 - 18$  est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 3 par le carré de 4 et 18.

$E = 13 + 20 \div 4$  est une **somme** : c'est la somme de 13 et du quotient de 20 par 4.

#### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $3 \times 59 = 177 \leq 178 < 180 = 3 \times 60$  : le quotient est 59, le reste  $178 - 177 = 1$ .

$$178 = 3 \times 59 + 1, \text{ avec } 1 < 3.$$

$16 \times 34 = 544 \leq 559 < 560 = 16 \times 35$  : le quotient est 34, le reste  $559 - 544 = 15$ .

$$559 = 16 \times 34 + 15, \text{ avec } 15 < 16.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 13$  » :

(a)  $263 = 13 \times 20 + 3$  : le reste 3 est bien inférieur à 13. ✓

(b)  $263 = 13 \times 21 - 10$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(c)  $263 = 13 \times 19 + 16$  : le « reste » 16 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

**C'est l'égalité (a) : quotient 20, reste 3.**

Comme  $3 < 20$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 263 par 20 : quotient 13, reste 3.

3.  $55 = 9 \times 6 + 1$

6 minibus pleins transportent 54 élèves ; il en reste 1 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

**a) Il faut réserver  $6 + 1 = 7$  minibus.**

**b) Dans le dernier minibus,  $9 - 1 = 8$  places restent libres.**

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°107



CAPU0107

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 681    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 445    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 8 163  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 7 502  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 5 770  | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |

Sommes des chiffres :

$$681 \rightarrow 6 + 8 + 1 = 15 \quad 445 \rightarrow 4 + 4 + 5 = 13 \quad 8\,163 \rightarrow 8 + 1 + 6 + 3 = 18$$

$$7\,502 \rightarrow 7 + 5 + 0 + 2 = 14 \quad 5\,770 \rightarrow 5 + 7 + 7 + 0 = 19$$

2. Somme des chiffres :  $8 + \square + 9 = 17 + \square$ . Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 18$$

**Une seule solution : 819.**

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 93 est divisible par 3 ( $93 = 3 \times 31$ ) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 4 est un diviseur de 49. » **Faux.**  $49 = 4 \times 12 + 1$  : le reste n'est pas nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 82 - 3 \times 9 = 82 - 27 = 55$

$$B = 7 + 16 \div 8 \times 2 = 7 + 2 \times 2 = 7 + 4 = 11$$

$$C = 66 - 4 \times (20 - 6) = 66 - 4 \times 14 = 66 - 56 = 10$$

$$D = 2 \times [34 - (4 + 4)] = 2 \times [34 - 8] = 2 \times 26 = 52$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + 8 - (8 - 5) = 5 + 8 - 3 = 13 - 3 = 10$$

$$(2 + 2 \times 3) \times 9 = (2 + 6) \times 9 = 8 \times 9 = 72$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 21 \times 101 = 21 \times (100 + 1) = 21 \times 100 + 21 \times 1 = 2\,100 + 21 = 2\,121$$

$$F = 38 \times 19 + 38 \times 81 = 38 \times (19 + 81) = 38 \times 100 = 3\,800$$

$$G = 8 \times 20 \times 125 = 8 \times 125 \times 20 = 1\,000 \times 20 = 20\,000$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°107



CAPU0107

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $6 \times 6 = 6^2$      $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$      $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$  : c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas**  $2^3 = 8$ .

2.  $12^2 = 12 \times 12 = 144$      $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$      $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$      $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. «  $1^3 = 1$  » **Vrai**.  $1 \times 1 \times 1 = 1$ .

«  $7^2 = 14$  » **Faux**.  $7^2 = 7 \times 7 = 49$ . L'exposant ne multiplie pas :  $7 \times 2 = 14$ , c'est le double.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple :  $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$ , qui n'est le carré d'aucun entier ( $3^2 = 9$  et  $4^2 = 16$ ). Cela arrive parfois ( $3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$ ), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$36 = 6^2$  : **carré**     $64 = 8^2 = 4^3$  : **carré et cube !**

$81 = 9^2$  : **carré**    106 : ni l'un ni l'autre ( $10^2 = 100 < 106 < 121 = 11^2$ )

$125 = 5^3$  : **cube**    140 : ni l'un ni l'autre ( $11^2 = 121 < 140 < 144 = 12^2$ )

### Exercice 6 — Correction

**Les puissances passent avant les multiplications** — mais après les parenthèses.

1.  $A = 5 \times 5^2 - 7 = 5 \times 25 - 7 = 125 - 7 = 118$

$B = (5 \times 5)^2 - 7 = 25^2 - 7 = 625 - 7 = 618$

$C = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$

$D = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$  : dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $5 \times 5$ . Et  $C \neq D$  : **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour  $x = 3$  :  $x^2 + 15 = 3^2 + 15 = 9 + 15 = 24$  et  $8x = 8 \times 3 = 24$ .

**24 = 24 : l'égalité est vraie pour  $x = 3$ .**

Pour  $x = 2$  :  $x^2 + 15 = 2^2 + 15 = 4 + 15 = 19$  et  $8x = 8 \times 2 = 16$ .

**19  $\neq$  16 : l'égalité est fausse pour  $x = 2$ .**

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour  $x = 5$ , et seulement pour 3 et 5.)

### Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 :  $3^2 = 3 \times 3 = 9$ .

**a) On voit 9 petits cubes sur une face.**

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes :  $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ .

**b) Il a utilisé 27 petits cubes.**

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de  $3 - 2 = 1$  petits cubes d'arête.  $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$ .

**c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.**

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°107



CAPU0107

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 10 et 46. » → encore 35 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 2. » → reste : 25.

**Le nombre mystère est 25 ( $25 = 5^2$ ).**