



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°108



CAPU0108

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 6 et 1.
- **B** est la somme des carrés de 6 et de 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 4^2 + 2^2 \quad D = (2 \times 6)^2 \quad E = 41 - 3 \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

156 divisé par 8 2 134 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 183 par 6 ? Justifier.

$$(a) 183 = 6 \times 29 + 9 \quad (b) 183 = 6 \times 30 + 3 \quad (c) 183 = 6 \times 31 - 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 94 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
295					
9 030					
6 777					
471					
2 764					

2. Dans le nombre $6\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 135.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°108



CAPU0108

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 7 + 4 \times 5 \quad B = 9 + 32 \div 4 \times 2$$

$$C = 54 - 4 \times (16 - 3) \quad D = 2,9 + 3 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 3 \times 4 - 8 = 32 \quad 8 + 3 \times 9 - 3 = 96$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 44 \times 99 \quad F = 70 + 0,75 + 30 \quad G = 45 \times 24 + 45 \times 76$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 12 \times 12$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 6 \quad 2 \times 6^2 = 12^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

67 ; 24 ; 16 ; 8 ; 81 ; 107

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 4 \quad B = (4 \times 2)^2 - 4$$

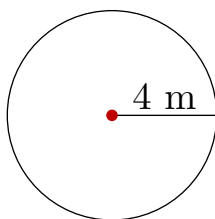
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 20 = 9n$ est-elle vraie pour $n = 3$? Pour $n = 5$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 4 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 63.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°108



CAPU0108

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$

$B = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4^2 + 2^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 4 et de 2.

$D = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$E = 41 - 3 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 41 et le produit de 3 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 19 = 152 \leq 156 < 160 = 8 \times 20$: le quotient est 19, le reste $156 - 152 = 4$.

$156 = 8 \times 19 + 4$, avec $4 < 8$.

$29 \times 73 = 2\,117 \leq 2\,134 < 2\,146 = 29 \times 74$: le quotient est 73, le reste $2\,134 - 2\,117 = 17$.

$2\,134 = 29 \times 73 + 17$, avec $17 < 29$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $183 = 6 \times 29 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(b) $183 = 6 \times 30 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 6. ✓

(c) $183 = 6 \times 31 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 30, reste 3.

Comme $3 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 183 par 30 : quotient 6, reste 3.

3. $94 = 12 \times 7 + 10$, avec $10 < 12$

a) Elle remplit 7 boîtes pleines.

b) Il reste 10 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
295	non	non	oui	non	non
9 030	oui	oui	oui	non	oui
6 777	non	oui	non	oui	non
471	non	oui	non	non	non
2 764	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°108



CAPU0108

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 295 &\rightarrow 2 + 9 + 5 = 16 & 9\,030 &\rightarrow 9 + 0 + 3 + 0 = 12 & 6\,777 &\rightarrow 6 + 7 + 7 + 7 = 27 \\ 471 &\rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 & 2\,764 &\rightarrow 2 + 7 + 6 + 4 = 19 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 4 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 8 : 18$$

Une seule solution : 684.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 171, somme des chiffres 9.

« 5 est un diviseur de 135. » **Vrai.** $135 = 5 \times 27$: le reste de la division de 135 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 7 + 4 \times 5 = 7 + 20 = 27$

$$B = 9 + 32 \div 4 \times 2 = 9 + 8 \times 2 = 9 + 16 = 25$$

$$C = 54 - 4 \times (16 - 3) = 54 - 4 \times 13 = 54 - 52 = 2$$

$$D = 2,9 + 3 \times 1,5 = 2,9 + 4,5 = 7,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(7 + 3) \times 4 - 8 = 10 \times 4 - 8 = 40 - 8 = 32$$

$$(8 + 3) \times 9 - 3 = 11 \times 9 - 3 = 99 - 3 = 96$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 44 \times 99 = 44 \times (100 - 1) = 44 \times 100 - 44 \times 1 = 4\,400 - 44 = 4\,356$$

$$F = 70 + 0,75 + 30 = 70 + 30 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 45 \times 24 + 45 \times 76 = 45 \times (24 + 76) = 45 \times 100 = 4\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $12 \times 12 = 12^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

$$\text{« } 2 \times 6^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur } 6.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un } 1 \text{ suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$24 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 24 < 25 = 5^2) \quad 67 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 67 < 81 = 9^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 107 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 107 < 121 = 11^2)$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 4 = 4 \times 4 - 4 = 16 - 4 = 12$

$$B = (4 \times 2)^2 - 4 = 8^2 - 4 = 64 - 4 = 60$$

$$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 20 = 3^2 + 20 = 9 + 20 = 29 \text{ et } 9n = 9 \times 3 = 27.$$

$29 \neq 27$: l'égalité est fausse pour $n = 3$.

$$\text{Pour } n = 5 : n^2 + 20 = 5^2 + 20 = 25 + 20 = 45 \text{ et } 9n = 9 \times 5 = 45.$$

$45 = 45$: l'égalité est vraie pour $n = 5$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 4$, et seulement pour 5 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 4^2 = \pi \times 16 = 16\pi$

a) L'aire exacte est $16\pi \text{ m}^2$.

$$16 \times 3,14 = 50,24$$

b) L'aire vaut environ 50 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 4^2$, et non $(\pi \times 4)^2$. On élève 4 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 63. » $\rightarrow$ encore 61 possibilités.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).