



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°109



CAPU0109

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 4.
- **B** est le carré du double de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (5 + 3)^2 \quad D = (3 + 1)^3 \quad E = 8^2 - 57$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

661 divisé par 8 1 597 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 139 par 7 ? Justifier.

$$(a) 139 = 7 \times 20 - 1 \quad (b) 139 = 7 \times 18 + 13 \quad (c) 139 = 7 \times 19 + 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 5 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 332					
8 847					
8 700					
537					
425					

2. Dans le nombre $5\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 144 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°109



CAPU0109

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 44 - 2 \times 4 \quad B = 14 + 35 \div 7 \times 4$$

$$C = (12 + 6) \times 6 - 20 \quad D = [4 + 3 \times (8 - 4)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 6 \times 2 + 2 = 18 \quad 7 \times 7 \times 3 - 3 = 126$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 13 \times 99 \quad F = 14 \times 12 + 14 \times 88 \quad G = 76 + 5,05 + 24$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 5 + 5 + 5 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 4^3 = 12 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.}$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 16 ; 94 ; 64 ; 125 ; 120

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 9 \quad B = (5 \times 5)^2 - 9$$

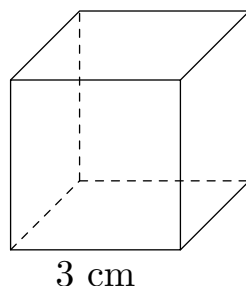
$$C = 6^2 + 1^2 \quad D = (6 + 1)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 6 = 5x$ est-elle vraie pour $x = 2$? Pour $x = 8$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 6 et 43.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.

Je ne suis pas divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°109



CAPU0109

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

$$B = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (5 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 3.

$$D = (3 + 1)^3 \text{ est un } \mathbf{cube} : \text{c'est le cube de la somme de 3 et 1.}$$

$$E = 8^2 - 57 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre le carré de 8 et 57.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 82 = 656 \leq 661 < 664 = 8 \times 83$: le quotient est 82, le reste $661 - 656 = 5$.

$$661 = 8 \times 82 + 5, \text{ avec } 5 < 8.$$

$$27 \times 59 = 1\,593 \leq 1\,597 < 1\,620 = 27 \times 60 : \text{le quotient est 59, le reste } 1\,597 - 1\,593 = 4.$$

$$1\,597 = 27 \times 59 + 4, \text{ avec } 4 < 27.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $139 = 7 \times 20 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $139 = 7 \times 18 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(c) $139 = 7 \times 19 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 19, reste 6.

Comme $6 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 139 par 19 : quotient 7, reste 6.

3. $32 = 5 \times 6 + 2$, avec $2 < 5$

a) **Chaque joueur reçoit 6 cartes.**

b) **La pioche contient 2 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 5 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 332	oui	non	non	non	non
8 847	non	oui	non	oui	non
8 700	oui	oui	oui	non	oui
537	non	oui	non	non	non
425	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°109



CAPU0109

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,332 &\rightarrow 3 + 3 + 3 + 2 = 11 & 8\,847 &\rightarrow 8 + 8 + 4 + 7 = 27 & 8\,700 &\rightarrow 8 + 7 + 0 + 0 = 15 \\ 537 &\rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 & 425 &\rightarrow 4 + 2 + 5 = 11 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 3 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 9$$

Une seule solution : 513.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 53 se termine par 3, mais $53 = 3 \times 17 + 2$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 144 est un multiple de 8. » **Vrai.** $144 = 8 \times 18$: le reste de la division de 144 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 44 - 2 \times 4 = 44 - 8 = 36$

$$B = 14 + 35 \div 7 \times 4 = 14 + 5 \times 4 = 14 + 20 = 34$$

$$C = (12 + 6) \times 6 - 20 = 18 \times 6 - 20 = 108 - 20 = 88$$

$$D = [4 + 3 \times (8 - 4)] \div 5 = [4 + 3 \times 4] \div 5 = [4 + 12] \div 5 = 16 \div 5 = 3,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 6) \times 2 + 2 = 8 \times 2 + 2 = 16 + 2 = 18$$

$$7 \times (7 \times 3 - 3) = 7 \times (21 - 3) = 7 \times 18 = 126$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 13 \times 99 = 13 \times (100 - 1) = 13 \times 100 - 13 \times 1 = 1\,300 - 13 = 1\,287$$

$$F = 14 \times 12 + 14 \times 88 = 14 \times (12 + 88) = 14 \times 100 = 1\,400$$

$$G = 76 + 5,05 + 24 = 76 + 24 + 5,05 = 100 + 5,05 = 105,05$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 = 3^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« $4^3 = 12$ » **Faux.** $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$, et non 3×4 .

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$94 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2) \quad 120 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 120 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°109



CAPU0109

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 5 \times 5^2 - 9 = 5 \times 25 - 9 = 125 - 9 = 116$$

$$B = (5 \times 5)^2 - 9 = 25^2 - 9 = 625 - 9 = 616$$

$$C = 6^2 + 1^2 = 36 + 1 = 37$$

$$D = (6 + 1)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 2 : x^2 + 6 = 2^2 + 6 = 4 + 6 = 10 \text{ et } 5x = 5 \times 2 = 10.$$

10 = 10 : l'égalité est vraie pour $x = 2$.

$$\text{Pour } x = 8 : x^2 + 6 = 8^2 + 6 = 64 + 6 = 70 \text{ et } 5x = 5 \times 8 = 40.$$

70 $\neq$ 40 : l'égalité est fausse pour $x = 8$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 3$, et seulement pour 2 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

$$\text{Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27.$$

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 6 et 43. » $\rightarrow$ encore 36 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 9, 16, 25, 36.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16, 36.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).