



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°11



CAPU0011

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 34 et 5 par 5.
- **B** est la différence entre 34 et le produit de 5 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (21 + 51) \div 8 \quad D = (5 + 1)^2 \quad E = 3 + 6 \div 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

347 divisé par 4 2 104 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 309 par 15 ? Justifier.

$$(a) 309 = 15 \times 21 - 6 \quad (b) 309 = 15 \times 19 + 24 \quad (c) 309 = 15 \times 20 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 70 pages. Nina en lit 12 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
595					
1 179					
7 040					
6 092					
411					

2. Dans le nombre $9\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 6 est un diviseur de 180.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°11



CAPU0011

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 3 + 6 \times 5 \quad B = 15 + 48 \div 8 \times 4$$

$$C = 68 - 3 \times (11 - 4) \quad D = 5 \times [37 - (3 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 - 2 + 2 \times 3 = 18 \quad 2 + 4 \times 7 - 7 = 35$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75 \quad F = 4 \times 44 \times 25 \quad G = 25 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,1 \times 1,1 \quad 9 \times 9 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 6^2 = 24^2 \quad 0^2 = 0 \quad (4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

8 ; 81 ; 144 ; 38 ; 68 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 3 \quad B = (4 \times 4)^2 - 3$$

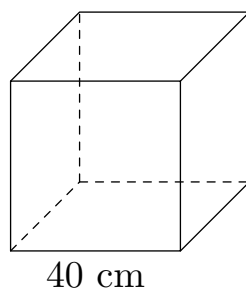
$$C = 6^2 + 5^2 \quad D = (6 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $a^3 + 7$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 14 et 43.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°11



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (34 - 5) \times 5 = 29 \times 5 = 145$

$B = 34 - 5 \times 5 = 34 - 25 = 9$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (21 + 51) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 21 et 51 par 8.

$D = (5 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 5 et 1.

$E = 3 + 6 \div 3$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du quotient de 6 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 86 = 344 \leq 347 < 348 = 4 \times 87$: le quotient est 86, le reste $347 - 344 = 3$.

$347 = 4 \times 86 + 3$, avec $3 < 4$.

$21 \times 100 = 2\,100 \leq 2\,104 < 2\,121 = 21 \times 101$: le quotient est 100, le reste $2\,104 - 2\,100 = 4$.

$2\,104 = 21 \times 100 + 4$, avec $4 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $309 = 15 \times 21 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $309 = 15 \times 19 + 24$: le « reste » 24 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $309 = 15 \times 20 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 20, reste 9.

Comme $9 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 309 par 20 : quotient 15, reste 9.

3. $70 = 12 \times 5 + 10$

En 5 soirs, elle lit 60 pages ; il lui en reste encore 10.

a) **Il lui faut $5 + 1 = 6$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 10 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
595	non	non	oui	non	non
1 179	non	oui	non	oui	non
7 040	oui	non	oui	non	oui
6 092	oui	non	non	non	non
411	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°11



CAPU0011

Sommes des chiffres :

$$595 \rightarrow 5 + 9 + 5 = 19 \quad 1\,179 \rightarrow 1 + 1 + 7 + 9 = 18 \quad 7\,040 \rightarrow 7 + 0 + 4 + 0 = 11$$
$$6\,092 \rightarrow 6 + 0 + 9 + 2 = 17 \quad 411 \rightarrow 4 + 1 + 1 = 6$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 3 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 6 : 18$$

Une seule solution : 963.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 6 est un diviseur de 180. » **Vrai.** $180 = 6 \times 30$: le reste de la division de 180 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 3 + 6 \times 5 = 3 + 30 = 33$

$$B = 15 + 48 \div 8 \times 4 = 15 + 6 \times 4 = 15 + 24 = 39$$

$$C = 68 - 3 \times (11 - 4) = 68 - 3 \times 7 = 68 - 21 = 47$$

$$D = 5 \times [37 - (3 + 6)] = 5 \times [37 - 9] = 5 \times 28 = 140$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 - 2 + 2) \times 3 = (4 + 2) \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

$$(2 + 4) \times 7 - 7 = 6 \times 7 - 7 = 42 - 7 = 35$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 1,5 \times 0,25 + 1,5 \times 0,75 = 1,5 \times (0,25 + 0,75) = 1,5 \times 1 = 1,5$$

$$F = 4 \times 44 \times 25 = 4 \times 25 \times 44 = 100 \times 44 = 4\,400$$

$$G = 25 \times 101 = 25 \times (100 + 1) = 25 \times 100 + 25 \times 1 = 2\,500 + 25 = 2\,525$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $9 \times 9 = 9^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $4 \times 6^2 = 24^2$ » **Faux.** $4 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144$, alors que $24^2 = 576$. Le carré ne porte que sur 6.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } (4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (4 + 3)^2 = 7^2 = 49, \text{ alors que } 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 38 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 38 < 49 = 7^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 68 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 68 < 81 = 9^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°11



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 3 = 4 \times 16 - 3 = 64 - 3 = 61$

$$B = (4 \times 4)^2 - 3 = 16^2 - 3 = 256 - 3 = 253$$

$$C = 6^2 + 5^2 = 36 + 25 = 61$$

$$D = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 5 : a^3 + 7 = 5^3 + 7 = 125 + 7 = 132$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^3 + 7 = 10^3 + 7 = 1\,000 + 7 = 1\,007$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de 64 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 14 et 43. » $\rightarrow$ encore 28 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 16, 36.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).