



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°110



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 23 et le produit de 5 par 3.
- **B** est le produit de la différence entre 23 et 5 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 31 - 7 \times 2 \quad D = 6 \times (13 - 7) \quad E = (18 + 6) \div 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$996 \text{ divisé par } 9 \quad 1\,423 \text{ divisé par } 25$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 163 par 8 ? Justifier.

$$(a) 163 = 8 \times 20 + 3 \quad (b) 163 = 8 \times 21 - 5 \quad (c) 163 = 8 \times 19 + 11$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 155 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
815					
9 464					
2 810					
537					
6 093					

2. Dans le nombre $1\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 100.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°110



CAPU0110

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 32 - 9 + 9 \quad B = 6 \times 9 - 3 \times 4$$

$$C = (10 + 5) \times 6 - 17 \quad D = [9 + 6 \times (7 - 2)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 4 + 8 \times 3 = 39 \quad 5 + 8 - 6 - 6 = 13$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 \times 101 \quad F = 20 \times 16 + 20 \times 84 \quad G = 8 \times 30 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 12 \times 12 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 5^3 = 15 \quad 3 \times 6^2 = 18^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

51 ; 8 ; 107 ; 144 ; 49 ; 50

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 3 \quad B = (3 \times 2)^2 - 3$$

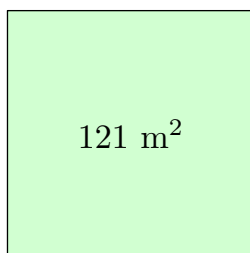
$$C = 7^2 + 2^2 \quad D = (7 + 2)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 6$ et $B = (5x)^2 - 6$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 9 et 73.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°110



CAPU0110

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 23 - 5 \times 3 = 23 - 15 = 8$

$B = (23 - 5) \times 3 = 18 \times 3 = 54$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 31 - 7 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 31 et le produit de 7 par 2.

$D = 6 \times (13 - 7)$ est un **produit** : c'est le produit de 6 par la différence entre 13 et 7.

$E = (18 + 6) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 18 et 6 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 110 = 990 \leq 996 < 999 = 9 \times 111$: le quotient est 110, le reste $996 - 990 = 6$.

$996 = 9 \times 110 + 6$, avec $6 < 9$.

$25 \times 56 = 1\,400 \leq 1\,423 < 1\,425 = 25 \times 57$: le quotient est 56, le reste $1\,423 - 1\,400 = 23$.

$1\,423 = 25 \times 56 + 23$, avec $23 < 25$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $163 = 8 \times 20 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $163 = 8 \times 21 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $163 = 8 \times 19 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 20, reste 3.

Comme $3 < 20$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 163 par 20 : quotient 8, reste 3.

3. $155 = 6 \times 25 + 5$, avec $5 < 6$

a) Elle remplit 25 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
815	non	non	oui	non	non
9 464	oui	non	non	non	non
2 810	oui	non	oui	non	oui
537	non	oui	non	non	non
6 093	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°110



CAPU0110

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 815 \rightarrow 8 + 1 + 5 = 14 & 9\,464 \rightarrow 9 + 4 + 6 + 4 = 23 & 2\,810 \rightarrow 2 + 8 + 1 + 0 = 11 \\ 537 \rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 & 6\,093 \rightarrow 6 + 0 + 9 + 3 = 18 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 3 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 6 ; \square = 5 : 9 ; \square = 8 : 12$$

3 solutions : 123, 153, 183.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 441, somme des chiffres 9.

« 9 est un diviseur de 100. » **Faux.** $100 = 9 \times 11 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 32 - 9 + 9 = 23 + 9 = 32$

$$B = 6 \times 9 - 3 \times 4 = 54 - 12 = 42$$

$$C = (10 + 5) \times 6 - 17 = 15 \times 6 - 17 = 90 - 17 = 73$$

$$D = [9 + 6 \times (7 - 2)] \div 5 = [9 + 6 \times 5] \div 5 = [9 + 30] \div 5 = 39 \div 5 = 7,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 + (4 + 8) \times 3 = 3 + 12 \times 3 = 3 + 36 = 39$$

$$5 + 8 - (6 - 6) = 5 + 8 - 0 = 13 - 0 = 13$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 45 \times 101 = 45 \times (100 + 1) = 45 \times 100 + 45 \times 1 = 4\,500 + 45 = 4\,545$$

$$F = 20 \times 16 + 20 \times 84 = 20 \times (16 + 84) = 20 \times 100 = 2\,000$$

$$G = 8 \times 30 \times 125 = 8 \times 125 \times 30 = 1\,000 \times 30 = 30\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $12 \times 12 = 12^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

$$\text{« } 3 \times 6^2 = 18^2 \text{ » Faux. } 3 \times 6^2 = 3 \times 36 = 108, \text{ alors que } 18^2 = 324. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$50 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2) \quad 51 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 51 < 64 = 8^2)$$

$$107 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 107 < 121 = 11^2) \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°110



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 3 = 3 \times 4 - 3 = 12 - 3 = 9$

$$B = (3 \times 2)^2 - 3 = 6^2 - 3 = 36 - 3 = 33$$

$$C = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$$

$$D = (7 + 2)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 6 = 5 \times 5^2 - 6 = 5 \times 25 - 6 = 125 - 6 = 119$$

$$B = (5x)^2 - 6 = (5 \times 5)^2 - 6 = 25^2 - 6 = 625 - 6 = 619$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) Le côté mesure 11 m.

$$4 \times 11 = 44$$

b) Le périmètre est de 44 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 9 et 73. » → encore 63 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » → reste : 16, 36, 64.

« Je suis divisible par 9. » → reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).