



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°111



CAPU0111

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 3 et de 4.
- **B** est le carré de la somme de 3 et 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 13 + 6 \times 8 \quad D = 7^2 - 46 \quad E = 2 \times 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

878 divisé par 8 2 149 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 151 par 12 ? Justifier.

$$(a) 151 = 12 \times 11 + 19 \quad (b) 151 = 12 \times 12 + 7 \quad (c) 151 = 12 \times 13 - 5$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 265 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 265 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 527					
475					
8 470					
4 514					
771					

2. Dans le nombre $17\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 66 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°111



CAPU0111

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 34 - 13 + 5 \quad B = 18 + 27 \div 9 \times 3$$

$$C = 63 - 2 \times (14 - 6) \quad D = 5 \times [24 - (5 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 6 + 3 \times 2 = 90 \quad 2 \times 5 + 9 - 6 = 16$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 13 \times 36 + 13 \times 64 \quad F = 4 \times 90 \times 25 \quad G = 42 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$0,7 \times 0,7 \quad 3 \times 3 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad (1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2 \quad 2 \times 6^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 1 000 ; 64 ; 100 ; 75 ; 134

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 5 \quad B = (4 \times 6)^2 - 5$$

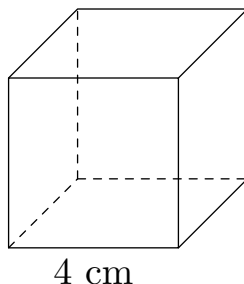
$$C = 7^2 + 6^2 \quad D = (7 + 6)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 3$ et $B = (5x)^2 - 3$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 4 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 40.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°111



CAPU0111

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

$B = (3 + 4)^2 = 7^2 = 49$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 13 + 6 \times 8$ est une **somme** : c'est la somme de 13 et du produit de 6 par 8.

$D = 7^2 - 46$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 7 et 46.

$E = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 109 = 872 \leq 878 < 880 = 8 \times 110$: le quotient est 109, le reste $878 - 872 = 6$.

$878 = 8 \times 109 + 6$, avec $6 < 8$.

$18 \times 119 = 2\,142 \leq 2\,149 < 2\,160 = 18 \times 120$: le quotient est 119, le reste $2\,149 - 2\,142 = 7$.

$2\,149 = 18 \times 119 + 7$, avec $7 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $151 = 12 \times 11 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(b) $151 = 12 \times 12 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $151 = 12 \times 13 - 5$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 12, reste 7.

Comme $7 < 12$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 151 par 12 : quotient 12, reste 7.

3. $265 = 7 \times 37 + 6$

a) 265 jours font 37 semaines complètes et 6 jours.

Après 37 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 6 jours : lundi → mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 265 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
4 527	non	oui	non	oui	non
475	non	non	oui	non	non
8 470	oui	non	oui	non	oui
4 514	oui	non	non	non	non
771	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°111



CAPU0111

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 4\,527 &\rightarrow 4 + 5 + 2 + 7 = 18 & 475 &\rightarrow 4 + 7 + 5 = 16 & 8\,470 &\rightarrow 8 + 4 + 7 + 0 = 19 \\ 4\,514 &\rightarrow 4 + 5 + 1 + 4 = 14 & 771 &\rightarrow 7 + 7 + 1 = 15 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $1 + 7 + \square = 8 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 12$$

Une seule solution : 174.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 990, somme des chiffres 18.

« 66 est un multiple de 5. » **Faux.** $66 = 5 \times 13 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 34 - 13 + 5 = 21 + 5 = 26$

$$B = 18 + 27 \div 9 \times 3 = 18 + 3 \times 3 = 18 + 9 = 27$$

$$C = 63 - 2 \times (14 - 6) = 63 - 2 \times 8 = 63 - 16 = 47$$

$$D = 5 \times [24 - (5 + 3)] = 5 \times [24 - 8] = 5 \times 16 = 80$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (6 + 3) \times 2 = 5 \times 9 \times 2 = 45 \times 2 = 90$$

$$2 \times (5 + 9 - 6) = 2 \times (14 - 6) = 2 \times 8 = 16$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 13 \times 36 + 13 \times 64 = 13 \times (36 + 64) = 13 \times 100 = 1\,300$$

$$F = 4 \times 90 \times 25 = 4 \times 25 \times 90 = 100 \times 90 = 9\,000$$

$$G = 42 \times 9 = 42 \times (10 - 1) = 42 \times 10 - 42 \times 1 = 420 - 42 = 378$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $3 \times 3 = 3^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } (1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (1 + 4)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17.$$

$$\text{« } 2 \times 6^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$75 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$134 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 5 = 4 \times 36 - 5 = 144 - 5 = 139$

$$B = (4 \times 6)^2 - 5 = 24^2 - 5 = 576 - 5 = 571$$

$$C = 7^2 + 6^2 = 49 + 36 = 85$$

$$D = (7 + 6)^2 = 13^2 = 169$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 3 = 5 \times 3^2 - 3 = 5 \times 9 - 3 = 45 - 3 = 42$$

$$B = (5x)^2 - 3 = (5 \times 3)^2 - 3 = 15^2 - 3 = 225 - 3 = 222$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 4 petits cubes sur 4 : $4^2 = 4 \times 4 = 16$.

a) On voit 16 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 4 couches de 16 petits cubes : $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$.

b) Il a utilisé 64 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $4 - 2 = 2$ petits cubes d'arête. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.

c) 8 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 40. » $\rightarrow$ encore 38 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 4, 16, 25.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).