



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°112



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 27 et 5 par 4.
- **B** est la différence entre 27 et le produit de 5 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 7^2 - 15 \quad D = (2 \times 6)^2 \quad E = (2 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

170 divisé par 3 1 557 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 166 par 12 ? Justifier.

$$(a) 166 = 12 \times 12 + 22 \quad (b) 166 = 12 \times 14 - 2 \quad (c) 166 = 12 \times 13 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 209 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 770					
2 684					
201					
5 229					
815					

2. Dans le nombre $20\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 171.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°112



CAPU0112

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 41 - 15 + 10 \quad B = 18 \div 6 \times 2$$

$$C = (4 \times 9 - 7) \div 4 \quad D = 3 \times [30 - (8 + 5)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 2 \times 3 + 5 = 22 \quad 3 \times 3 - 5 + 3 = 1$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 38 \times 11 \quad F = 22 \times 17 + 22 \times 83 \quad G = 67 + 3,45 + 33$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 + 3 + 3 \quad 5 \times 5 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 4^2 = 8 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

27 ; 133 ; 85 ; 64 ; 121 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 2^2 - 7 \quad B = (2 \times 2)^2 - 7$$

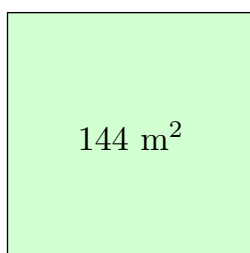
$$C = 3^2 + 5^2 \quad D = (3 + 5)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 9$ et $B = (5x)^2 - 9$. Calculer A et B pour $x = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 144 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 58 et 104. Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Je suis le cube d'un nombre entier.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°112



CAPU0112

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (27 - 5) \times 4 = 22 \times 4 = 88$

$B = 27 - 5 \times 4 = 27 - 20 = 7$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 7^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 7 et 15.

$D = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$E = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 56 = 168 \leq 170 < 171 = 3 \times 57$: le quotient est 56, le reste $170 - 168 = 2$.

$170 = 3 \times 56 + 2$, avec $2 < 3$.

$18 \times 86 = 1\,548 \leq 1\,557 < 1\,566 = 18 \times 87$: le quotient est 86, le reste $1\,557 - 1\,548 = 9$.

$1\,557 = 18 \times 86 + 9$, avec $9 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $166 = 12 \times 12 + 22$: le « reste » 22 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(b) $166 = 12 \times 14 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $166 = 12 \times 13 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 13, reste 10.

Comme $10 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 166 par 13 : quotient 12, reste 10.

3. $209 = 12 \times 17 + 5$, avec $5 < 12$

a) Elle remplit 17 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 770	oui	non	oui	non	oui
2 684	oui	non	non	non	non
201	non	oui	non	non	non
5 229	non	oui	non	oui	non
815	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°112



CAPU0112

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 3\,770 \rightarrow 3 + 7 + 7 + 0 = 17 & 2\,684 \rightarrow 2 + 6 + 8 + 4 = 20 & 201 \rightarrow 2 + 0 + 1 = 3 \\ 5\,229 \rightarrow 5 + 2 + 2 + 9 = 18 & 815 \rightarrow 8 + 1 + 5 = 14 & \end{array}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 0 + \square = 2 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 6$$

Une seule solution : 204.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 10 est pair mais $10 = 3 \times 3 + 1$.

« 8 est un diviseur de 171. » **Faux.** $171 = 8 \times 21 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 41 - 15 + 10 = 26 + 10 = 36$

$$B = 18 \div 6 \times 2 = 3 \times 2 = 6$$

$$C = (4 \times 9 - 7) \div 4 = (36 - 7) \div 4 = 29 \div 4 = 7,25$$

$$D = 3 \times [30 - (8 + 5)] = 3 \times [30 - 13] = 3 \times 17 = 51$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 + 2 \times (3 + 5) = 6 + 2 \times 8 = 6 + 16 = 22$$

$$3 \times 3 - (5 + 3) = 3 \times 3 - 8 = 9 - 8 = 1$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 38 \times 11 = 38 \times (10 + 1) = 38 \times 10 + 38 \times 1 = 380 + 38 = 418$$

$$F = 22 \times 17 + 22 \times 83 = 22 \times (17 + 83) = 22 \times 100 = 2\,200$$

$$G = 67 + 3,45 + 33 = 67 + 33 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $4^2 = 8$ » **Faux.** $4^2 = 4 \times 4 = 16$. L'exposant ne multiplie pas : $4 \times 2 = 8$, c'est le double.

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 85 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°112



CAPU0112

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 133 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 133 < 144 = 12^2)$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 2^2 - 7 = 2 \times 4 - 7 = 8 - 7 = 1$

$$B = (2 \times 2)^2 - 7 = 4^2 - 7 = 16 - 7 = 9$$

$$C = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

$$D = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 9 = 5 \times 2^2 - 9 = 5 \times 4 - 9 = 20 - 9 = 11$$

$$B = (5x)^2 - 9 = (5 \times 2)^2 - 9 = 10^2 - 9 = 100 - 9 = 91$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 144 : $12 \times 12 = 144$, c'est-à-dire $12^2 = 144$.

a) Le côté mesure 12 m.

$$4 \times 12 = 48$$

b) Le périmètre est de 48 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté², son périmètre $4 \times$ côté.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 58 et 104. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 64, 100.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).