



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°113



CAPU0113

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 12 et du produit de 6 par 2.
- **B** est le produit de la somme de 12 et 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4 \times 8^2 - 11 \quad \mathbf{D} = (2 + 3)^3 \quad \mathbf{E} = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

972 divisé par 8 2 431 divisé par 12

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 219 par 11 ? Justifier.

$$(a) 219 = 11 \times 20 - 1 \quad (b) 219 = 11 \times 18 + 21 \quad (c) 219 = 11 \times 19 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 386 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 040					
741					
1 252					
355					
4 167					

2. Dans le nombre $45\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 153 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°113



CAPU0113

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 30 - 6 + 15 \quad B = 5 \times 4 - 6 \times 3$$

$$C = (9 + 5) \times 5 - 7 \quad D = 8,8 + 6 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 7 + 9 - 6 = 50 \quad 3 + 6 \times 4 - 5 = 31$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 29 \times 11 \quad F = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 \quad G = 8 \times 90 \times 125$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$10 \times 10 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 2 + 2 + 2 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 3^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 46 ; 121 ; 27 ; 134 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 4 \quad B = (2 \times 3)^2 - 4$$

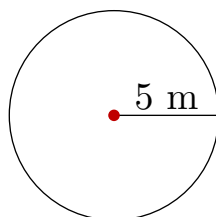
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 5$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 5 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 48.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.

Je ne suis pas divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°113



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 12 + 6 \times 2 = 12 + 12 = 24$

$B = (12 + 6) \times 2 = 18 \times 2 = 36$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times 8^2 - 11$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 8 et 11.

$D = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

$E = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 121 = 968 \leq 972 < 976 = 8 \times 122$: le quotient est 121, le reste $972 - 968 = 4$.

$972 = 8 \times 121 + 4$, avec $4 < 8$.

$12 \times 202 = 2\,424 \leq 2\,431 < 2\,436 = 12 \times 203$: le quotient est 202, le reste $2\,431 - 2\,424 = 7$.

$2\,431 = 12 \times 202 + 7$, avec $7 < 12$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $219 = 11 \times 20 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $219 = 11 \times 18 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $219 = 11 \times 19 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 19, reste 10.

Comme $10 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 219 par 19 : quotient 11, reste 10.

3. $386 = 30 \times 12 + 26$

En 12 soirs, elle lit 360 pages ; il lui en reste encore 26.

a) **Il lui faut $12 + 1 = 13$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 26 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 040	oui	non	oui	non	oui
741	non	oui	non	non	non
1 252	oui	non	non	non	non
355	non	non	oui	non	non
4 167	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°113



CAPU0113

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 9\ 040 &\rightarrow 9 + 0 + 4 + 0 = 13 & 741 &\rightarrow 7 + 4 + 1 = 12 & 1\ 252 &\rightarrow 1 + 2 + 5 + 2 = 10 \\ 355 &\rightarrow 3 + 5 + 5 = 13 & 4\ 167 &\rightarrow 4 + 1 + 6 + 7 = 18 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 5 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 450.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 495, somme des chiffres 18.

« 153 est un multiple de 6. » **Faux.** $153 = 6 \times 25 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 30 - 6 + 15 = 24 + 15 = 39$

$$B = 5 \times 4 - 6 \times 3 = 20 - 18 = 2$$

$$C = (9 + 5) \times 5 - 7 = 14 \times 5 - 7 = 70 - 7 = 63$$

$$D = 8,8 + 6 \times 1,2 = 8,8 + 7,2 = 16$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (7 + 9 - 6) = 5 \times (16 - 6) = 5 \times 10 = 50$$

$$(3 + 6) \times 4 - 5 = 9 \times 4 - 5 = 36 - 5 = 31$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 29 \times 11 = 29 \times (10 + 1) = 29 \times 10 + 29 \times 1 = 290 + 29 = 319$$

$$F = 4,5 \times 0,7 + 4,5 \times 0,3 = 4,5 \times (0,7 + 0,3) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 8 \times 90 \times 125 = 8 \times 125 \times 90 = 1\ 000 \times 90 = 90\ 000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $(5 + 1)^2 = 5^2 + 1^2$ » **Faux.** $(5 + 1)^2 = 6^2 = 36$, alors que $5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$.

« $0,2^2 = 0,4$ » **Faux.** $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$46 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 134 : \text{ni l'un ni l'autre} \quad (11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°113



CAPU0113

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$

$$B = (2 \times 3)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$$

$$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$$

$$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 5 : 2a^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$$

$$\text{Pour } a = 10 : 2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 5^2 = \pi \times 25 = 25\pi$

a) L'aire exacte est $25\pi \text{ m}^2$.

$$25 \times 3,14 = 78,5$$

b) L'aire vaut environ 79 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 5^2$, et non $(\pi \times 5)^2$. On élève 5 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 48. » $\rightarrow$ encore 46 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25, 36.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16, 36.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).