



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°114



CAPU0114

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 5 et 1.
- **B** est la somme des carrés de 5 et de 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (10 + 7) \times 7 \quad D = (1 + 3)^3 \quad E = 8^2 + 7^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

713 divisé par 3 1 534 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 395 par 11 ? Justifier.

$$(a) 395 = 11 \times 36 - 1 \quad (b) 395 = 11 \times 35 + 10 \quad (c) 395 = 11 \times 34 + 21$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 264 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
141					
565					
7 888					
1 611					
4 290					

2. Dans le nombre $87\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 49 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°114



CAPU0114

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 35 - 10 + 11 \quad B = 9 + 27 \div 3 \times 4$$

$$C = 52 - 3 \times (11 - 8) \quad D = [8 + 4 \times (8 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 6 \times 9 - 9 = 5 \quad 9 + 9 + 2 \times 8 = 160$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 51 + 12,6 + 49 \quad F = 27 \times 59 + 27 \times 41 \quad G = 23 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 4 + 4 + 4 \quad 10 \times 10 \quad 1,1 \times 1,1$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3 \times 5^2 = 15^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

25 ; 64 ; 52 ; 16 ; 8 ; 46

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 4 \quad B = (3 \times 4)^2 - 4$$

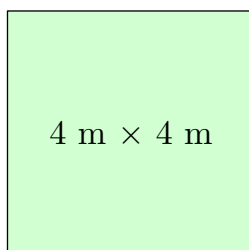
$$C = 7^2 + 2^2 \quad D = (7 + 2)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 20 = 9x$ est-elle vraie pour $x = 4$? Pour $x = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 4 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 25 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 10 et 69.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.

Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°114



CAPU0114

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$

$B = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (10 + 7) \times 7$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 10 et 7 par 7.

$D = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

$E = 8^2 + 7^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 8 et de 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 237 = 711 \leq 713 < 714 = 3 \times 238$: le quotient est 237, le reste $713 - 711 = 2$.

$713 = 3 \times 237 + 2$, avec $2 < 3$.

$27 \times 56 = 1\,512 \leq 1\,534 < 1\,539 = 27 \times 57$: le quotient est 56, le reste $1\,534 - 1\,512 = 22$.

$1\,534 = 27 \times 56 + 22$, avec $22 < 27$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $395 = 11 \times 36 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $395 = 11 \times 35 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $395 = 11 \times 34 + 21$: le « reste » 21 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 35, reste 10.

Comme $10 < 35$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 395 par 35 : quotient 11, reste 10.

3. $264 = 30 \times 8 + 24$

En 8 soirs, elle lit 240 pages ; il lui en reste encore 24.

a) **Il lui faut $8 + 1 = 9$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 24 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
141	non	oui	non	non	non
565	non	non	oui	non	non
7 888	oui	non	non	non	non
1 611	non	oui	non	oui	non
4 290	oui	oui	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°114



CAPU0114

Sommes des chiffres :

$$141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \quad 565 \rightarrow 5 + 6 + 5 = 16 \quad 7\,888 \rightarrow 7 + 8 + 8 + 8 = 31$$

$$1\,611 \rightarrow 1 + 6 + 1 + 1 = 9 \quad 4\,290 \rightarrow 4 + 2 + 9 + 0 = 15$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 7 + \square = 15 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 15$$

Une seule solution : 870.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 49 est un multiple de 3. » **Faux.** $49 = 3 \times 16 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 35 - 10 + 11 = 25 + 11 = 36$

$$B = 9 + 27 \div 3 \times 4 = 9 + 9 \times 4 = 9 + 36 = 45$$

$$C = 52 - 3 \times (11 - 8) = 52 - 3 \times 3 = 52 - 9 = 43$$

$$D = [8 + 4 \times (8 - 3)] \div 2 = [8 + 4 \times 5] \div 2 = [8 + 20] \div 2 = 28 \div 2 = 14$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 + 6 \times (9 - 9) = 5 + 6 \times 0 = 5 + 0 = 5$$

$$(9 + 9 + 2) \times 8 = (18 + 2) \times 8 = 20 \times 8 = 160$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 51 + 12,6 + 49 = 51 + 49 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 27 \times 59 + 27 \times 41 = 27 \times (59 + 41) = 27 \times 100 = 2\,700$$

$$G = 23 \times 99 = 23 \times (100 - 1) = 23 \times 100 - 23 \times 1 = 2\,300 - 23 = 2\,277$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $10 \times 10 = 10^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $3 \times 5^2 = 15^2$ » **Faux.** $3 \times 5^2 = 3 \times 25 = 75$, alors que $15^2 = 225$. Le carré ne porte que sur 5.

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 46 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2)$$

$$52 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 52 < 64 = 8^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 4 = 3 \times 16 - 4 = 48 - 4 = 44$

$$B = (3 \times 4)^2 - 4 = 12^2 - 4 = 144 - 4 = 140$$

$$C = 7^2 + 2^2 = 49 + 4 = 53$$

$$D = (7 + 2)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 4 : x^2 + 20 = 4^2 + 20 = 16 + 20 = 36 \text{ et } 9x = 9 \times 4 = 36.$$

36 = 36 : l'égalité est vraie pour $x = 4$.

$$\text{Pour } x = 1 : x^2 + 20 = 1^2 + 20 = 1 + 20 = 21 \text{ et } 9x = 9 \times 1 = 9.$$

21 $\neq$ 9 : l'égalité est fausse pour $x = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 5$, et seulement pour 4 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 25 = 4$: il y a 4 carreaux par mètre.

$$4 \times 4 = 16$$

a) Il faut 16 carreaux le long d'un côté.

$$16 \text{ rangées de } 16 \text{ carreaux : } 16^2 = 16 \times 16 = 256$$

b) Il faut 256 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 10 et 69. » $\rightarrow$ encore 58 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 16, 36, 49, 64.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 36.

Le nombre mystère est 36 ($36 = 6^2$).