



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°115



CAPU0115

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 4.
- **B** est le double du carré de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (1 + 3)^3 \quad \mathbf{D} = 5^2 + 3^2 \quad \mathbf{E} = (4 + 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

349 divisé par 7 1 050 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 175 par 8 ? Justifier.

$$(a) 175 = 8 \times 22 - 1 \quad (b) 175 = 8 \times 20 + 15 \quad (c) 175 = 8 \times 21 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 61 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 049					
3 800					
955					
717					
9 326					

2. Dans le nombre $34\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 5 est un diviseur de 126.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°115



CAPU0115

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 43 - 3 \times 3 \quad B = 19 + 45 \div 5 \times 2$$

$$C = (3 + 11) \times 5 - 17 \quad D = 3 \times [20 - (8 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 7 + 2 + 8 = 26 \quad 2 \times 4 \times 9 - 5 = 62$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 \quad F = 21 + 12,6 + 79 \quad G = 40 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 9 \times 9 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad (2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2 \quad 4 \times 6^2 = 24^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 49 ; 27 ; 134 ; 68 ; 85

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 8 \quad B = (3 \times 2)^2 - 8$$

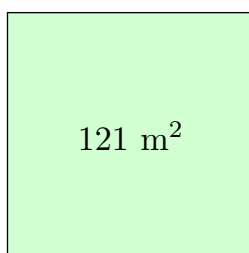
$$C = 3^2 + 6^2 \quad D = (3 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $(a + 5)^2$ pour $a = 6$, puis pour $a = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 121 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 158 et 222.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

$$B = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

$$D = 5^2 + 3^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 5 et de 3.}$$

$$E = (4 + 6)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 4 et 6.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 49 = 343 \leq 349 < 350 = 7 \times 50$: le quotient est 49, le reste $349 - 343 = 6$.

$$\mathbf{349 = 7 \times 49 + 6}, \text{ avec } 6 < 7.$$

$$16 \times 65 = 1\,040 \leq 1\,050 < 1\,056 = 16 \times 66 : \text{le quotient est 65, le reste } 1\,050 - 1\,040 = 10.$$

$$\mathbf{1\,050 = 16 \times 65 + 10}, \text{ avec } 10 < 16.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $175 = 8 \times 22 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $175 = 8 \times 20 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

(c) $175 = 8 \times 21 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 21, reste 7.

Comme $7 < 21$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 175 par 21 : quotient 8, reste 7.

3. $61 = 9 \times 6 + 7$

6 minibus pleins transportent 54 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 7 = 2$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 049	non	oui	non	oui	non
3 800	oui	non	oui	non	oui
955	non	non	oui	non	non
717	non	oui	non	non	non
9 326	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$5\ 049 \rightarrow 5 + 0 + 4 + 9 = 18 \quad 3\ 800 \rightarrow 3 + 8 + 0 + 0 = 11 \quad 955 \rightarrow 9 + 5 + 5 = 19$$

$$717 \rightarrow 7 + 1 + 7 = 15 \quad 9\ 326 \rightarrow 9 + 3 + 2 + 6 = 20$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $3 + 4 + \square = 7 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 12$$

Une seule solution : 345.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 74 est pair mais $74 = 3 \times 24 + 2$.

« 5 est un diviseur de 126. » **Faux.** $126 = 5 \times 25 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 43 - 3 \times 3 = 43 - 9 = 34$

$$B = 19 + 45 \div 5 \times 2 = 19 + 9 \times 2 = 19 + 18 = 37$$

$$C = (3 + 11) \times 5 - 17 = 14 \times 5 - 17 = 70 - 17 = 53$$

$$D = 3 \times [20 - (8 + 3)] = 3 \times [20 - 11] = 3 \times 9 = 27$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (7 + 2) + 8 = 2 \times 9 + 8 = 18 + 8 = 26$$

$$2 \times (4 \times 9 - 5) = 2 \times (36 - 5) = 2 \times 31 = 62$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 1,3 + 12,5 \times 8,7 = 12,5 \times (1,3 + 8,7) = 12,5 \times 10 = 125$$

$$F = 21 + 12,6 + 79 = 21 + 79 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$G = 40 \times 99 = 40 \times (100 - 1) = 40 \times 100 - 40 \times 1 = 4\ 000 - 40 = 3\ 960$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°115



CAPU0115

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $9 \times 9 = 9^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $(2 + 4)^2 = 2^2 + 4^2$ » **Faux.** $(2 + 4)^2 = 6^2 = 36$, alors que $2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$.

« $4 \times 6^2 = 24^2$ » **Faux.** $4 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144$, alors que $24^2 = 576$. Le carré ne porte que sur 6.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** $49 = 7^2$: **carré**

68 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 68 < 81 = 9^2$) $81 = 9^2$: **carré**

85 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2$) 134 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 8 = 3 \times 4 - 8 = 12 - 8 = 4$

$B = (3 \times 2)^2 - 8 = 6^2 - 8 = 36 - 8 = 28$

$C = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$

$D = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 6$: $(a + 5)^2 = (6 + 5)^2 = 11^2 = 121$

Pour $a = 0,5$: $(a + 5)^2 = (0,5 + 5)^2 = 5,5^2 = 30,25$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 121 : $11 \times 11 = 121$, c'est-à-dire $11^2 = 121$.

a) **Le côté mesure 11 m.**

$4 \times 11 = 44$

b) **Le périmètre est de 44 m.**

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 158 et 222. » → encore 63 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 169, 196.

« Je suis divisible par 2. » → reste : 196.

Le nombre mystère est 196 ($196 = 14^2$).