



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°116



CAPU0116

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 36 et du quotient de 12 par 6.
- **B** est le quotient de la somme de 36 et 12 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 4 \times 7^2 - 16 \quad D = 14 + 6 \div 2 \quad E = (9 + 4) \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

603 divisé par 4 624 divisé par 28

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 528 par 14 ? Justifier.

$$(a) 528 = 14 \times 38 - 4 \quad (b) 528 = 14 \times 36 + 24 \quad (c) 528 = 14 \times 37 + 10$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
155					
141					
7 623					
3 638					
8 890					

2. Dans le nombre $3\square4$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 112 est un multiple de 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°116



CAPU0116

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 46 - 13 + 10 \quad B = 8 \times 6 - 4 \times 5$$

$$C = (3 \times 9 - 2) \div 2 \quad D = [6 + 7 \times (10 - 3)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 - 2 + 2 \times 4 = 12 \quad 6 \times 6 - 4 - 7 = 5$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 5 \times 69 \times 20 \quad F = 34 \times 9 \quad G = 31 \times 86 - 31 \times 76$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 11 \times 11$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$3^2 = 6 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 8 ; 108 ; 118 ; 121 ; 49

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 4 \quad B = (2 \times 3)^2 - 4$$

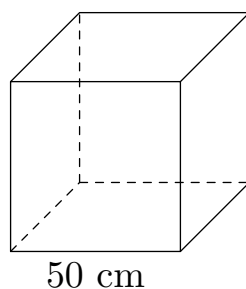
$$C = 3^2 + 5^2 \quad D = (3 + 5)^2$$

2. On pose $A = 4a^2 - 5$ et $B = (4a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 50 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 72 et 111.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°116



CAPU0116

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 36 + 12 \div 6 = 36 + 2 = 38$

$B = (36 + 12) \div 6 = 48 \div 6 = 8$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 \times 7^2 - 16$ est une **différence** : c'est la différence entre le produit de 4 par le carré de 7 et 16.

$D = 14 + 6 \div 2$ est une **somme** : c'est la somme de 14 et du quotient de 6 par 2.

$E = (9 + 4) \times 7$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 9 et 4 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 150 = 600 \leq 603 < 604 = 4 \times 151$: le quotient est 150, le reste $603 - 600 = 3$.

$603 = 4 \times 150 + 3$, avec $3 < 4$.

$28 \times 22 = 616 \leq 624 < 644 = 28 \times 23$: le quotient est 22, le reste $624 - 616 = 8$.

$624 = 28 \times 22 + 8$, avec $8 < 28$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $528 = 14 \times 38 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $528 = 14 \times 36 + 24$: le « reste » 24 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $528 = 14 \times 37 + 10$: le reste 10 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 37, reste 10.

Comme $10 < 37$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 528 par 37 : quotient 14, reste 10.

3. $54 = 7 \times 7 + 5$, avec $5 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 7 cartes.

b) La pioche contient 5 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
155	non	non	oui	non	non
141	non	oui	non	non	non
7 623	non	oui	non	oui	non
3 638	oui	non	non	non	non
8 890	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°116



CAPU0116

Sommes des chiffres :

$$155 \rightarrow 1 + 5 + 5 = 11 \quad 141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \quad 7\,623 \rightarrow 7 + 6 + 2 + 3 = 18$$
$$3\,638 \rightarrow 3 + 6 + 3 + 8 = 20 \quad 8\,890 \rightarrow 8 + 8 + 9 + 0 = 25$$

2. Somme des chiffres : $3 + \square + 4 = 7 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 9 ; \square = 5 : 12 ; \square = 8 : 15$$

3 solutions : 324, 354, 384.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 88 est pair mais $88 = 3 \times 29 + 1$.
« 112 est un multiple de 7. » **Vrai.** $112 = 7 \times 16$: le reste de la division de 112 par 7 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 46 - 13 + 10 = 33 + 10 = 43$

$$B = 8 \times 6 - 4 \times 5 = 48 - 20 = 28$$

$$C = (3 \times 9 - 2) \div 2 = (27 - 2) \div 2 = 25 \div 2 = 12,5$$

$$D = [6 + 7 \times (10 - 3)] \div 2 = [6 + 7 \times 7] \div 2 = [6 + 49] \div 2 = 55 \div 2 = 27,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 - 2 + 2) \times 4 = (1 + 2) \times 4 = 3 \times 4 = 12$$

$$6 \times (6 - 4) - 7 = 6 \times 2 - 7 = 12 - 7 = 5$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 5 \times 69 \times 20 = 5 \times 20 \times 69 = 100 \times 69 = 6\,900$$

$$F = 34 \times 9 = 34 \times (10 - 1) = 34 \times 10 - 34 \times 1 = 340 - 34 = 306$$

$$G = 31 \times 86 - 31 \times 76 = 31 \times (86 - 76) = 31 \times 10 = 310$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $11 \times 11 = 11^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $3^2 = 6$ » **Faux.** $3^2 = 3 \times 3 = 9$. L'exposant ne multiplie pas : $3 \times 2 = 6$, c'est le double.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 108 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 108 < 121 = 11^2)$$

$$118 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 118 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 4 = 2 \times 9 - 4 = 18 - 4 = 14$

$$B = (2 \times 3)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$$

$$C = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$$

$$D = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 4a^2 - 5 = 4 \times 5^2 - 5 = 4 \times 25 - 5 = 100 - 5 = 95$$

$$B = (4a)^2 - 5 = (4 \times 5)^2 - 5 = 20^2 - 5 = 400 - 5 = 395$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 4a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 50^3 = 50 \times 50 \times 50 = 125\,000$

a) Le volume est de 125 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$125\,000 \div 1\,000 = 125$$

b) L'aquarium contient 125 litres.

Autre façon de voir : 50 cm, c'est 5 fois 10 cm ; on range $5 \times 5 \times 5 = 125$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 72 et 111. » $\rightarrow$ encore 38 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).