



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°117



CAPU0117

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme des carrés de 2 et de 7.
- **B** est le carré de la somme de 2 et 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (7 + 5) \div 3 \quad \mathbf{D} = (2 \times 6)^2 \quad \mathbf{E} = 7^2 + 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

263 divisé par 3 1 046 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 263 par 15 ? Justifier.

$$(a) 263 = 15 \times 17 + 8 \quad (b) 263 = 15 \times 16 + 23 \quad (c) 263 = 15 \times 18 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 119 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 363					
815					
141					
9 260					
2 044					

2. Dans le nombre $5\square 7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 108 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°117



CAPU0117

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 46 - 4 \times 2 \quad B = 13 + 9 \div 3 \times 4$$

$$C = 87 - 5 \times (19 - 6) \quad D = 4 \times [39 - (7 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 5 + 9 \times 6 = 96 \quad 9 + 3 - 9 - 2 = 5$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 38 \times 18 + 38 \times 82 \quad F = 28 \times 99 \quad G = 16 + 7,8 + 84$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 \times 9 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 9 + 9 + 9$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 78 ; 15 ; 125 ; 19 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 6^2 - 3 \quad B = (4 \times 6)^2 - 3$$

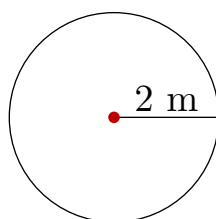
$$C = 2^2 + 6^2 \quad D = (2 + 6)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 2$ et $B = (3x)^2 - 2$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 2 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 41 et 73.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°117



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53$

$$B = (2 + 7)^2 = 9^2 = 81$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (7 + 5) \div 3$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 7 et 5 par 3.

$$D = (2 \times 6)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré du double de 6.}$$

$$E = 7^2 + 9^2 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme des carrés de 7 et de 9.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 87 = 261 \leq 263 < 264 = 3 \times 88$: le quotient est 87, le reste $263 - 261 = 2$.

$$263 = 3 \times 87 + 2, \text{ avec } 2 < 3.$$

$$24 \times 43 = 1\,032 \leq 1\,046 < 1\,056 = 24 \times 44 : \text{le quotient est 43, le reste } 1\,046 - 1\,032 = 14.$$

$$1\,046 = 24 \times 43 + 14, \text{ avec } 14 < 24.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $263 = 15 \times 17 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 15. ✓

(b) $263 = 15 \times 16 + 23$: le « reste » 23 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $263 = 15 \times 18 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 17, reste 8.

Comme $8 < 17$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 263 par 17 : quotient 15, reste 8.

3. $119 = 15 \times 7 + 14$

En 7 soirs, elle lit 105 pages ; il lui en reste encore 14.

a) **Il lui faut $7 + 1 = 8$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 14 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 363	non	oui	non	oui	non
815	non	non	oui	non	non
141	non	oui	non	non	non
9 260	oui	non	oui	non	oui
2 044	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°117



CAPU0117

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\,363 &\rightarrow 6 + 3 + 6 + 3 = 18 & 815 &\rightarrow 8 + 1 + 5 = 14 & 141 &\rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \\ 9\,260 &\rightarrow 9 + 2 + 6 + 0 = 17 & 2\,044 &\rightarrow 2 + 0 + 4 + 4 = 10 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 7 = 12 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12; \square = 3 : 15; \square = 6 : 18; \square = 9 : 21$$

4 solutions : 507, 537, 567, 597.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 52 est pair mais $52 = 3 \times 17 + 1$.
« 108 est un multiple de 4. » **Vrai.** $108 = 4 \times 27$: le reste de la division de 108 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 46 - 4 \times 2 = 46 - 8 = 38$

$$B = 13 + 9 \div 3 \times 4 = 13 + 3 \times 4 = 13 + 12 = 25$$

$$C = 87 - 5 \times (19 - 6) = 87 - 5 \times 13 = 87 - 65 = 22$$

$$D = 4 \times [39 - (7 + 9)] = 4 \times [39 - 16] = 4 \times 23 = 92$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 5 + 9) \times 6 = (7 + 9) \times 6 = 16 \times 6 = 96$$

$$9 + 3 - (9 - 2) = 9 + 3 - 7 = 12 - 7 = 5$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 38 \times 18 + 38 \times 82 = 38 \times (18 + 82) = 38 \times 100 = 3\,800$$

$$F = 28 \times 99 = 28 \times (100 - 1) = 28 \times 100 - 28 \times 1 = 2\,800 - 28 = 2\,772$$

$$G = 16 + 7,8 + 84 = 16 + 84 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } (4 + 1)^2 = 4^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (4 + 1)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$15 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2) \quad 19 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 19 < 25 = 5^2)$$

$$78 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 78 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°117



CAPU0117

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 6^2 - 3 = 4 \times 36 - 3 = 144 - 3 = 141$

$$B = (4 \times 6)^2 - 3 = 24^2 - 3 = 576 - 3 = 573$$

$$C = 2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40$$

$$D = (2 + 6)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3x^2 - 2 = 3 \times 5^2 - 2 = 3 \times 25 - 2 = 75 - 2 = 73$$

$$B = (3x)^2 - 2 = (3 \times 5)^2 - 2 = 15^2 - 2 = 225 - 2 = 223$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 3x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 2^2 = \pi \times 4 = 4\pi$

a) L'aire exacte est $4\pi \text{ m}^2$.

$$4 \times 3,14 = 12,56$$

b) L'aire vaut environ 13 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 2^2$, et non $(\pi \times 2)^2$. On élève 2 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 41 et 73. » $\rightarrow$ encore 31 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).