



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°118



CAPU0118

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 3 et 1.
- **B** est la somme des carrés de 3 et de 1.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5 \times (14 - 11) \quad \mathbf{D} = (2 \times 6)^2 \quad \mathbf{E} = 54 - 6 \times 7$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

882 divisé par 5 2 163 divisé par 29

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 164 par 12 ? Justifier.

$$(a) 164 = 12 \times 14 - 4 \quad (b) 164 = 12 \times 12 + 20 \quad (c) 164 = 12 \times 13 + 8$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 56 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
235					
2 990					
3 262					
627					
5 499					

2. Dans le nombre $1\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 6 est un diviseur de 102.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°118



CAPU0118

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 31 - 13 + 8 \quad B = 10 \div 2 \times 2$$

$$C = (5 \times 8 - 8) \div 2 \quad D = 5 \times [21 - (6 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 3 \times 6 + 6 = 72 \quad 2 \times 3 + 9 + 4 = 32$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 99 \quad F = 8 \times 67 \times 125 \quad G = 24 \times 64 - 24 \times 54$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 12 \times 12$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,2^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$4 \times 5^2 = 20^2 \quad 3^3 = 9 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 8 ; 149 ; 42 ; 64 ; 144

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 3^2 - 7 \quad B = (5 \times 3)^2 - 7$$

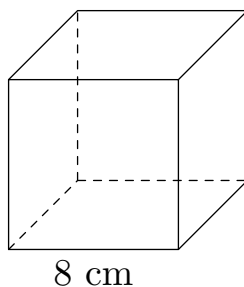
$$C = 5^2 + 6^2 \quad D = (5 + 6)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 4 = 5x$ est-elle vraie pour $x = 5$? Pour $x = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 6 et 64.

Je suis le cube d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 7.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°118



CAPU0118

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (3 + 1)^2 = 4^2 = 16$

$$B = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5 \times (14 - 11)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 14 et 11.

$D = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

$E = 54 - 6 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 54 et le produit de 6 par 7.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 176 = 880 \leq 882 < 885 = 5 \times 177$: le quotient est 176, le reste $882 - 880 = 2$.

$$882 = 5 \times 176 + 2, \text{ avec } 2 < 5.$$

$29 \times 74 = 2\,146 \leq 2\,163 < 2\,175 = 29 \times 75$: le quotient est 74, le reste $2\,163 - 2\,146 = 17$.

$$2\,163 = 29 \times 74 + 17, \text{ avec } 17 < 29.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $164 = 12 \times 14 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $164 = 12 \times 12 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(c) $164 = 12 \times 13 + 8$: le reste 8 est bien inférieur à 12. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 13, reste 8.

Comme $8 < 13$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 164 par 13 : quotient 12, reste 8.

3. $56 = 15 \times 3 + 11$

3 minibus pleins transportent 45 élèves ; il en reste 11 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $3 + 1 = 4$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 11 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°118



CAPU0118

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
235	non	non	oui	non	non
2 990	oui	non	oui	non	oui
3 262	oui	non	non	non	non
627	non	oui	non	non	non
5 499	non	oui	non	oui	non

Sommes des chiffres :

$$235 \rightarrow 2 + 3 + 5 = 10 \quad 2\,990 \rightarrow 2 + 9 + 9 + 0 = 20 \quad 3\,262 \rightarrow 3 + 2 + 6 + 2 = 13$$

$$627 \rightarrow 6 + 2 + 7 = 15 \quad 5\,499 \rightarrow 5 + 4 + 9 + 9 = 27$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 7 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 9$$

Une seule solution : 117.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 96 est divisible par 3 ($96 = 3 \times 32$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 15, n'est pas dans la table de 9).

« 6 est un diviseur de 102. » **Vrai.** $102 = 6 \times 17$: le reste de la division de 102 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 31 - 13 + 8 = 18 + 8 = 26$

$$B = 10 \div 2 \times 2 = 5 \times 2 = 10$$

$$C = (5 \times 8 - 8) \div 2 = (40 - 8) \div 2 = 32 \div 2 = 16$$

$$D = 5 \times [21 - (6 + 2)] = 5 \times [21 - 8] = 5 \times 13 = 65$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(8 + 3) \times 6 + 6 = 11 \times 6 + 6 = 66 + 6 = 72$$

$$2 \times (3 + 9 + 4) = 2 \times (12 + 4) = 2 \times 16 = 32$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 99 = 42 \times (100 - 1) = 42 \times 100 - 42 \times 1 = 4\,200 - 42 = 4\,158$$

$$F = 8 \times 67 \times 125 = 8 \times 125 \times 67 = 1\,000 \times 67 = 67\,000$$

$$G = 24 \times 64 - 24 \times 54 = 24 \times (64 - 54) = 24 \times 10 = 240$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°118



CAPU0118

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $12 \times 12 = 12^2$

$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $9^3 = 729$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $4 \times 5^2 = 20^2$ » **Faux**. $4 \times 5^2 = 4 \times 25 = 100$, alors que $20^2 = 400$. Le carré ne porte que sur 5.

« $3^3 = 9$ » **Faux**. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$, et non 3×3 .

« $0^2 = 0$ » **Vrai**. $0 \times 0 = 0$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $16 = 4^2$: **carré**

42 : ni l'un ni l'autre ($6^2 = 36 < 42 < 49 = 7^2$) $64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** !

$144 = 12^2$: **carré** 149 : ni l'un ni l'autre ($12^2 = 144 < 149 < 169 = 13^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 3^2 - 7 = 5 \times 9 - 7 = 45 - 7 = 38$

$B = (5 \times 3)^2 - 7 = 15^2 - 7 = 225 - 7 = 218$

$C = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$

$D = (5 + 6)^2 = 11^2 = 121$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 5$: $x^2 + 4 = 5^2 + 4 = 25 + 4 = 29$ et $5x = 5 \times 5 = 25$.

$29 \neq 25$: l'égalité est fausse pour $x = 5$.

Pour $x = 1$: $x^2 + 4 = 1^2 + 4 = 1 + 4 = 5$ et $5x = 5 \times 1 = 5$.

$5 = 5$: l'égalité est vraie pour $x = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 4$, et seulement pour 1 et 4.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 6 et 64. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°118



CAPU0118

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 8, 27.

« Mon chiffre des unités est 7. » $\rightarrow$ reste : 27.

Le nombre mystère est 27 ($27 = 3^3$).