



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°119



CAPU0119

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 4.
- **B** est le carré du double de 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (2 \times 3)^2 \quad E = (3 + 2)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

341 divisé par 3 2 237 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 279 par 14 ? Justifier.

$$(a) 279 = 14 \times 18 + 27 \quad (b) 279 = 14 \times 20 - 1 \quad (c) 279 = 14 \times 19 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 85 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
291					
4 516					
335					
8 230					
3 087					

2. Dans le nombre $8\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 80 est un multiple de 4.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°119



CAPU0119

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 18 + 6 \times 6 \quad B = 42 \div 6 \times 2$$

$$C = 80 - 2 \times (13 - 9) \quad D = 5 \times [39 - (3 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 4 + 6 \times 8 = 88 \quad 7 + 3 \times 3 \times 9 = 144$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12 \times 99 \quad F = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 \quad G = 2 \times 27 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 8 + 8 + 8 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad (4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2 \quad 0^2 = 0$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

104 ; 16 ; 63 ; 27 ; 119 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 5 \quad B = (4 \times 5)^2 - 5$$

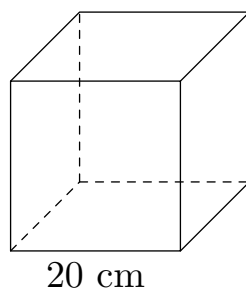
$$C = 3^2 + 7^2 \quad D = (3 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $a^3 + 3$ pour $a = 4$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 76 et 132.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.

Je suis divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°119



CAPU0119

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32$

$B = (2 \times 4)^2 = 8^2 = 64$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 7^2 + 5^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 7 et de 5.

$D = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$E = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 113 = 339 \leq 341 < 342 = 3 \times 114$: le quotient est 113, le reste $341 - 339 = 2$.

$341 = 3 \times 113 + 2$, avec $2 < 3$.

$23 \times 97 = 2\,231 \leq 2\,237 < 2\,254 = 23 \times 98$: le quotient est 97, le reste $2\,237 - 2\,231 = 6$.

$2\,237 = 23 \times 97 + 6$, avec $6 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $279 = 14 \times 18 + 27$: le « reste » 27 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(b) $279 = 14 \times 20 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $279 = 14 \times 19 + 13$: le reste 13 est bien inférieur à 14. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 19, reste 13.

Comme $13 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 279 par 19 : quotient 14, reste 13.

3. $85 = 6 \times 14 + 1$, avec $1 < 6$

a) Elle remplit 14 boîtes pleines.

b) Il reste 1 œuf.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
291	non	oui	non	non	non
4 516	oui	non	non	non	non
335	non	non	oui	non	non
8 230	oui	non	oui	non	oui
3 087	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°119



CAPU0119

Sommes des chiffres :

$$291 \rightarrow 2 + 9 + 1 = 12 \quad 4\,516 \rightarrow 4 + 5 + 1 + 6 = 16 \quad 335 \rightarrow 3 + 3 + 5 = 11$$

$$8\,230 \rightarrow 8 + 2 + 3 + 0 = 13 \quad 3\,087 \rightarrow 3 + 0 + 8 + 7 = 18$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 0 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 1 : 9 ; \square = 4 : 12 ; \square = 7 : 15$$

3 solutions : 810, 840, 870.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 396, somme des chiffres 18.

« 80 est un multiple de 4. » **Vrai.** $80 = 4 \times 20$: le reste de la division de 80 par 4 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 6 \times 6 = 18 + 36 = 54$

$$B = 42 \div 6 \times 2 = 7 \times 2 = 14$$

$$C = 80 - 2 \times (13 - 9) = 80 - 2 \times 4 = 80 - 8 = 72$$

$$D = 5 \times [39 - (3 + 2)] = 5 \times [39 - 5] = 5 \times 34 = 170$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 + (4 + 6) \times 8 = 8 + 10 \times 8 = 8 + 80 = 88$$

$$(7 + 3 \times 3) \times 9 = (7 + 9) \times 9 = 16 \times 9 = 144$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12 \times 99 = 12 \times (100 - 1) = 12 \times 100 - 12 \times 1 = 1\,200 - 12 = 1\,188$$

$$F = 4,5 \times 0,25 + 4,5 \times 0,75 = 4,5 \times (0,25 + 0,75) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 2 \times 27 \times 50 = 2 \times 50 \times 27 = 100 \times 27 = 2\,700$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } (4 + 3)^2 = 4^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (4 + 3)^2 = 7^2 = 49, \text{ alors que } 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25.$$

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 63 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 63 < 64 = 8^2)$$

$$104 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2) \quad 119 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 119 < 121 = 11^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°119



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 5 = 4 \times 25 - 5 = 100 - 5 = 95$

$$B = (4 \times 5)^2 - 5 = 20^2 - 5 = 400 - 5 = 395$$

$$C = 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

$$D = (3 + 7)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 4 : a^3 + 3 = 4^3 + 3 = 64 + 3 = 67$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^3 + 3 = 10^3 + 3 = 1\,000 + 3 = 1\,003$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de $8\,000\text{ cm}^3$.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 76 et 132. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Je suis divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).