



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°12



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 35 et le produit de 6 par 4.
- **B** est le produit de la différence entre 35 et 6 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (3 + 1)^3 \quad D = 11^2 - 48 \quad E = (2 + 5) \times 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

803 divisé par 7 1 957 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 64 par 7 ? Justifier.

$$(a) 64 = 7 \times 8 + 8 \quad (b) 64 = 7 \times 9 + 1 \quad (c) 64 = 7 \times 10 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 102 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 102					
8 811					
471					
205					
7 240					

2. Dans le nombre $63\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 208 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°12



CAPU0012

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 55 - 7 + 4 \quad B = 10 \div 5 \times 4$$

$$C = 61 - 3 \times (10 - 2) \quad D = 2 \times [31 - (4 + 2)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 5 \times 6 + 6 = 90 \quad 8 \times 5 - 8 + 3 = 29$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 32 \times 11 \quad F = 73 + 12,6 + 27 \quad G = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 \times 7 \quad 3 + 3 + 3 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 3^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 123 ; 134 ; 8 ; 100 ; 25

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 4 \quad B = (4 \times 2)^2 - 4$$

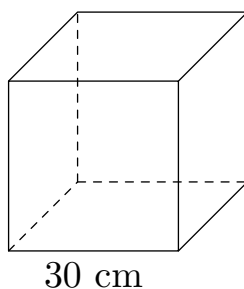
$$C = 1^2 + 3^2 \quad D = (1 + 3)^2$$

2. On pose $A = 3x^2 - 5$ et $B = (3x)^2 - 5$. Calculer A et B pour $x = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 30 et 72.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 35 - 6 \times 4 = 35 - 24 = 11$

$$B = (35 - 6) \times 4 = 29 \times 4 = 116$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

$$D = 11^2 - 48 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre le carré de 11 et 48.}$$

$$E = (2 + 5) \times 3 \text{ est un } \mathbf{produit} : \text{c'est le produit de la somme de 2 et 5 par 3.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 114 = 798 \leq 803 < 805 = 7 \times 115$: le quotient est 114, le reste $803 - 798 = 5$.

$$803 = 7 \times 114 + 5, \text{ avec } 5 < 7.$$

$$21 \times 93 = 1\,953 \leq 1\,957 < 1\,974 = 21 \times 94 : \text{le quotient est 93, le reste } 1\,957 - 1\,953 = 4.$$

$$1\,957 = 21 \times 93 + 4, \text{ avec } 4 < 21.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $64 = 7 \times 8 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $64 = 7 \times 9 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $64 = 7 \times 10 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 9, reste 1.

Comme $1 < 9$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 64 par 9 : quotient 7, reste 1.

3. $102 = 15 \times 6 + 12$

6 minibus pleins transportent 90 élèves ; il en reste 12 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $6 + 1 = 7$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 12 = 3$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 102	oui	non	non	non	non
8 811	non	oui	non	oui	non
471	non	oui	non	non	non
205	non	non	oui	non	non
7 240	oui	non	oui	non	oui

Sommes des chiffres :

$$8\ 102 \rightarrow 8 + 1 + 0 + 2 = 11 \quad 8\ 811 \rightarrow 8 + 8 + 1 + 1 = 18 \quad 471 \rightarrow 4 + 7 + 1 = 12$$

$$205 \rightarrow 2 + 0 + 5 = 7 \quad 7\ 240 \rightarrow 7 + 2 + 4 + 0 = 13$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $6 + 3 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 630.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 208 est un multiple de 8. » **Vrai.** $208 = 8 \times 26$: le reste de la division de 208 par 8 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 55 - 7 + 4 = 48 + 4 = 52$

$$B = 10 \div 5 \times 4 = 2 \times 4 = 8$$

$$C = 61 - 3 \times (10 - 2) = 61 - 3 \times 8 = 61 - 24 = 37$$

$$D = 2 \times [31 - (4 + 2)] = 2 \times [31 - 6] = 2 \times 25 = 50$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(9 + 5) \times 6 + 6 = 14 \times 6 + 6 = 84 + 6 = 90$$

$$8 \times 5 - (8 + 3) = 8 \times 5 - 11 = 40 - 11 = 29$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 32 \times 11 = 32 \times (10 + 1) = 32 \times 10 + 32 \times 1 = 320 + 32 = 352$$

$$F = 73 + 12,6 + 27 = 73 + 27 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$G = 2,7 \times 1,3 + 2,7 \times 8,7 = 2,7 \times (1,3 + 8,7) = 2,7 \times 10 = 27$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°12



CAPU0012

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $7 \times 7 = 7^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $0,2^2 = 0,4$ » **Faux**. $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$: un dixième fois un dixième donne des centièmes.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** $25 = 5^2$: **carré**

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! $100 = 10^2$: **carré**

123 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 123 < 144 = 12^2$) 134 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 134 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 4 = 4 \times 4 - 4 = 16 - 4 = 12$

$B = (4 \times 2)^2 - 4 = 8^2 - 4 = 64 - 4 = 60$

$C = 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$

$D = (1 + 3)^2 = 4^2 = 16$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 3x^2 - 5 = 3 \times 5^2 - 5 = 3 \times 25 - 5 = 75 - 5 = 70$

$B = (3x)^2 - 5 = (3 \times 5)^2 - 5 = 15^2 - 5 = 225 - 5 = 220$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $3x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\ 000$

a) **Le volume est de 27 000 cm³.**

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\ 000\text{ cm}^3 = 1\text{ L}$.

$27\ 000 \div 1\ 000 = 27$

b) **L'aquarium contient 27 litres.**

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 30 et 72. » $\rightarrow$ encore 41 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°12



« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).