



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°120



CAPU0120

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 15 et du quotient de 27 par 3.
- **B** est le quotient de la somme de 15 et 27 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 8^2 - 19 \quad D = (2 \times 5)^2 \quad E = 8 + 5 \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

130 divisé par 8 317 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 423 par 13 ? Justifier.

$$(a) 423 = 13 \times 32 + 7 \quad (b) 423 = 13 \times 31 + 20 \quad (c) 423 = 13 \times 33 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 370 pages. Nina en lit 25 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
897					
325					
2 439					
6 494					
6 320					

2. Dans le nombre $6\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 162 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°120



CAPU0120

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 + 4 \times 9 \quad B = 18 \div 9 \times 2$$

$$C = (9 \times 4 - 3) \div 5 \quad D = 6,4 + 5 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 - 6 - 2 + 9 = 14 \quad 9 + 4 + 6 \times 4 = 76$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 2 \times 36 \times 50 \quad F = 24 \times 61 + 24 \times 39 \quad G = 45 \times 101$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 5 \times 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0,2^2 = 0,4 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

81 ; 49 ; 64 ; 109 ; 39 ; 125

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 5 \quad B = (3 \times 6)^2 - 5$$

$$C = 2^2 + 3^2 \quad D = (2 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $a^2 - 6a + 18$ pour $a = 6$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 65 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 194 et 243. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°120



CAPU0120

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 15 + 27 \div 3 = 15 + 9 = 24$

$$B = (15 + 27) \div 3 = 42 \div 3 = 14$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 8^2 - 19$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 8 et 19.

$$D = (2 \times 5)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré du double de 5.}$$

$$E = 8 + 5 \times 5 \text{ est une } \mathbf{somme} : \text{c'est la somme de 8 et du produit de 5 par 5.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 16 = 128 \leq 130 < 136 = 8 \times 17$: le quotient est 16, le reste $130 - 128 = 2$.

$$\mathbf{130 = 8 \times 16 + 2}, \text{ avec } 2 < 8.$$

$$14 \times 22 = 308 \leq 317 < 322 = 14 \times 23 : \text{le quotient est 22, le reste } 317 - 308 = 9.$$

$$\mathbf{317 = 14 \times 22 + 9}, \text{ avec } 9 < 14.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $423 = 13 \times 32 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 13. ✓

(b) $423 = 13 \times 31 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $423 = 13 \times 33 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 32, reste 7.

Comme $7 < 32$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 423 par 32 : quotient 13, reste 7.

3. $370 = 25 \times 14 + 20$

En 14 soirs, elle lit 350 pages ; il lui en reste encore 20.

a) Il lui faut $14 + 1 = 15$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 20 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
897	non	oui	non	non	non
325	non	non	oui	non	non
2 439	non	oui	non	oui	non
6 494	oui	non	non	non	non
6 320	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°120



CAPU0120

Sommes des chiffres :

$$897 \rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 \quad 325 \rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 \quad 2\,439 \rightarrow 2 + 4 + 3 + 9 = 18$$

$$6\,494 \rightarrow 6 + 4 + 9 + 4 = 23 \quad 6\,320 \rightarrow 6 + 3 + 2 + 0 = 11$$

2. Somme des chiffres : $6 + \square + 3 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 3 : 12 ; \square = 6 : 15 ; \square = 9 : 18$$

4 solutions : 603, 633, 663, 693.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 22 est pair mais $22 = 3 \times 7 + 1$.

« 162 est un multiple de 9. » **Vrai.** $162 = 9 \times 18$: le reste de la division de 162 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 + 4 \times 9 = 21 + 36 = 57$

$$B = 18 \div 9 \times 2 = 2 \times 2 = 4$$

$$C = (9 \times 4 - 3) \div 5 = (36 - 3) \div 5 = 33 \div 5 = 6,6$$

$$D = 6,4 + 5 \times 1,5 = 6,4 + 7,5 = 13,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 - (6 - 2) + 9 = 9 - 4 + 9 = 5 + 9 = 14$$

$$(9 + 4 + 6) \times 4 = (13 + 6) \times 4 = 19 \times 4 = 76$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 2 \times 36 \times 50 = 2 \times 50 \times 36 = 100 \times 36 = 3\,600$$

$$F = 24 \times 61 + 24 \times 39 = 24 \times (61 + 39) = 24 \times 100 = 2\,400$$

$$G = 45 \times 101 = 45 \times (100 + 1) = 45 \times 100 + 45 \times 1 = 4\,500 + 45 = 4\,545$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $5 \times 5 = 5^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 0,2^2 = 0,4 \text{ » Faux. } 0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$39 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$109 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 109 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°120



CAPU0120

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 5 = 3 \times 36 - 5 = 108 - 5 = 103$

$$B = (3 \times 6)^2 - 5 = 18^2 - 5 = 324 - 5 = 319$$

$$C = 2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$$

$$D = (2 + 3)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 6 : a^2 - 6a + 18 = 6^2 - 6 \times 6 + 18 = 36 - 6 \times 6 + 18 = 36 - 36 + 18 = 0 + 18 = 18$$

$$\text{Pour } a = 10 : a^2 - 6a + 18 = 10^2 - 6 \times 10 + 18 = 100 - 6 \times 10 + 18 = 100 - 60 + 18 = 40 + 18 = 58$$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 65 :

$$8^2 = 64 \leq 65 \text{ et } 9^2 = 81 > 65.$$

a) Elle mettra 8 dalles sur chaque côté.

$$65 - 64 = 1$$

b) Il lui restera 1 dalle.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 194 et 243. » $\rightarrow$ encore 48 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).