



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°121



CAPU0121

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 5 et 8 par 4.
- **B** est la somme de 5 et du produit de 8 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 1)^3 \quad D = 6^2 - 23 \quad E = 7 \times (12 - 5)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

600 divisé par 7 1 620 divisé par 16

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 239 par 7 ? Justifier.

$$(a) 239 = 7 \times 35 - 6 \quad (b) 239 = 7 \times 33 + 8 \quad (c) 239 = 7 \times 34 + 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 185 pages. Nina en lit 18 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 944					
5 229					
185					
537					
5 440					

2. Dans le nombre $42\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 208.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°121



CAPU0121

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 18 + 6 \times 2 \quad B = 10 \div 2 \times 4$$

$$C = (12 + 10) \times 6 - 9 \quad D = [6 + 3 \times (6 - 5)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 7 \times 5 + 8 = 129 \quad 6 + 9 \times 8 + 8 = 150$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 26 \times 17 + 26 \times 83 \quad F = 43 \times 11 \quad G = 35 + 0,75 + 65$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 + 7 + 7 \quad 10 \times 10 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 6 \quad (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 25 ; 64 ; 16 ; 94 ; 46

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 7 \quad B = (3 \times 2)^2 - 7$$

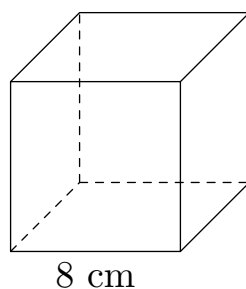
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 2$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 8 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 120 et 176.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°121



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (5 + 8) \times 4 = 13 \times 4 = 52$

$B = 5 + 8 \times 4 = 5 + 32 = 37$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 1.

$D = 6^2 - 23$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 23.

$E = 7 \times (12 - 5)$ est un **produit** : c'est le produit de 7 par la différence entre 12 et 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $7 \times 85 = 595 \leq 600 < 602 = 7 \times 86$: le quotient est 85, le reste $600 - 595 = 5$.

$600 = 7 \times 85 + 5$, avec $5 < 7$.

$16 \times 101 = 1\,616 \leq 1\,620 < 1\,632 = 16 \times 102$: le quotient est 101, le reste $1\,620 - 1\,616 = 4$.

$1\,620 = 16 \times 101 + 4$, avec $4 < 16$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $239 = 7 \times 35 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $239 = 7 \times 33 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(c) $239 = 7 \times 34 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 34, reste 1.

Comme $1 < 34$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 239 par 34 : quotient 7, reste 1.

3. $185 = 18 \times 10 + 5$

En 10 soirs, elle lit 180 pages ; il lui en reste encore 5.

a) **Il lui faut $10 + 1 = 11$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 5 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 944	oui	non	non	non	non
5 229	non	oui	non	oui	non
185	non	non	oui	non	non
537	non	oui	non	non	non
5 440	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°121



CAPU0121

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\,944 &\rightarrow 3 + 9 + 4 + 4 = 20 & 5\,229 &\rightarrow 5 + 2 + 2 + 9 = 18 & 185 &\rightarrow 1 + 8 + 5 = 14 \\ 537 &\rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 & 5\,440 &\rightarrow 5 + 4 + 4 + 0 = 13 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $4 + 2 + \square = 6 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 6 : 12$$

2 solutions : 420, 426.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 522, somme des chiffres 9.

« 9 est un diviseur de 208. » **Faux.** $208 = 9 \times 23 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 18 + 6 \times 2 = 18 + 12 = 30$

$$B = 10 \div 2 \times 4 = 5 \times 4 = 20$$

$$C = (12 + 10) \times 6 - 9 = 22 \times 6 - 9 = 132 - 9 = 123$$

$$D = [6 + 3 \times (6 - 5)] \div 5 = [6 + 3 \times 1] \div 5 = [6 + 3] \div 5 = 9 \div 5 = 1,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (7 \times 5 + 8) = 3 \times (35 + 8) = 3 \times 43 = 129$$

$$6 + 9 \times (8 + 8) = 6 + 9 \times 16 = 6 + 144 = 150$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 26 \times 17 + 26 \times 83 = 26 \times (17 + 83) = 26 \times 100 = 2\,600$$

$$F = 43 \times 11 = 43 \times (10 + 1) = 43 \times 10 + 43 \times 1 = 430 + 43 = 473$$

$$G = 35 + 0,75 + 65 = 35 + 65 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $10 \times 10 = 10^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

$$\text{« } (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (3 + 1)^2 = 4^2 = 16, \text{ alors que } 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 25 = 5^2 : \text{carré}$$

$$46 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$94 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 94 < 100 = 10^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°121



CAPU0121

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 7 = 3 \times 4 - 7 = 12 - 7 = 5$

$B = (3 \times 2)^2 - 7 = 6^2 - 7 = 36 - 7 = 29$

$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$

$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 2$: $2a^3 = 2 \times 2^3 = 2 \times 8 = 16$

Pour $a = 10$: $2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 8 petits cubes sur 8 : $8^2 = 8 \times 8 = 64$.

a) On voit 64 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 8 couches de 64 petits cubes : $8^3 = 8 \times 8 \times 8 = 512$.

b) Il a utilisé 512 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $8 - 2 = 6$ petits cubes d'arête. $6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$.

c) 216 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 120 et 176. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144, 169.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).