



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°122



CAPU0122

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 18 et 9 par 3.
- **B** est la somme de 18 et du quotient de 9 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (7 + 3)^2 \quad D = 6 + 9 \times 3 \quad E = (17 + 7) \div 8$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

562 divisé par 8 1 455 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 119 par 11 ? Justifier.

$$(a) 119 = 11 \times 10 + 9 \quad (b) 119 = 11 \times 11 - 2 \quad (c) 119 = 11 \times 9 + 20$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 169 pages. Nina en lit 15 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 330					
9 854					
597					
925					
4 977					

2. Dans le nombre $1\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 50 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°122



CAPU0122

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 + 9 \times 9 \quad B = 12 + 12 \div 6 \times 2$$

$$C = (9 \times 6 - 1) \div 2 \quad D = 2 \times [34 - (3 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 4 + 7 + 7 = 62 \quad 5 + 8 - 2 - 2 = 13$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 5 \times 47 \times 20 \quad F = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 \quad G = 13 \times 11$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 9 \times 9 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 4^3 \quad 0,3^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 1^3 = 1 \quad 7^2 = 14$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 21 ; 56 ; 1 000 ; 30 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 4^2 - 2 \quad B = (2 \times 4)^2 - 2$$

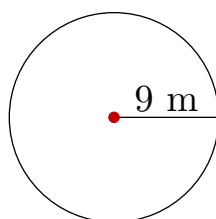
$$C = 6^2 + 4^2 \quad D = (6 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $2x^3$ pour $x = 4$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 9 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 69 et 110.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°122



CAPU0122

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (18 + 9) \div 3 = 27 \div 3 = 9$

$B = 18 + 9 \div 3 = 18 + 3 = 21$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (7 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 3.

$D = 6 + 9 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du produit de 9 par 3.

$E = (17 + 7) \div 8$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 17 et 7 par 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 70 = 560 \leq 562 < 568 = 8 \times 71$: le quotient est 70, le reste $562 - 560 = 2$.

$562 = 8 \times 70 + 2$, avec $2 < 8$.

$26 \times 55 = 1\,430 \leq 1\,455 < 1\,456 = 26 \times 56$: le quotient est 55, le reste $1\,455 - 1\,430 = 25$.

$1\,455 = 26 \times 55 + 25$, avec $25 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $119 = 11 \times 10 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $119 = 11 \times 11 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $119 = 11 \times 9 + 20$: le « reste » 20 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 10, reste 9.

Comme $9 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 119 par 10 : quotient 11, reste 9.

3. $169 = 15 \times 11 + 4$

En 11 soirs, elle lit 165 pages ; il lui en reste encore 4.

a) Il lui faut $11 + 1 = 12$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 4 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 330	oui	non	oui	non	oui
9 854	oui	non	non	non	non
597	non	oui	non	non	non
925	non	non	oui	non	non
4 977	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°122



CAPU0122

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\,330 &\rightarrow 8 + 3 + 3 + 0 = 14 & 9\,854 &\rightarrow 9 + 8 + 5 + 4 = 26 & 597 &\rightarrow 5 + 9 + 7 = 21 \\ 925 &\rightarrow 9 + 2 + 5 = 16 & 4\,977 &\rightarrow 4 + 9 + 7 + 7 = 27 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 0 = 1 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 8 : 9$$

Une seule solution : 180.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 16 est pair mais $16 = 3 \times 5 + 1$.
« 50 est un multiple de 3. » **Faux.** $50 = 3 \times 16 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 + 9 \times 9 = 21 + 81 = 102$

$$B = 12 + 12 \div 6 \times 2 = 12 + 2 \times 2 = 12 + 4 = 16$$

$$C = (9 \times 6 - 1) \div 2 = (54 - 1) \div 2 = 53 \div 2 = 26,5$$

$$D = 2 \times [34 - (3 + 3)] = 2 \times [34 - 6] = 2 \times 28 = 56$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (4 + 7) + 7 = 5 \times 11 + 7 = 55 + 7 = 62$$

$$5 + 8 - (2 - 2) = 5 + 8 - 0 = 13 - 0 = 13$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 5 \times 47 \times 20 = 5 \times 20 \times 47 = 100 \times 47 = 4\,700$$

$$F = 2,7 \times 0,25 + 2,7 \times 0,75 = 2,7 \times (0,25 + 0,75) = 2,7 \times 1 = 2,7$$

$$G = 13 \times 11 = 13 \times (10 + 1) = 13 \times 10 + 13 \times 1 = 130 + 13 = 143$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $9 \times 9 = 9^2$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 7^2 = 14 \text{ » Faux. } 7^2 = 7 \times 7 = 49. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 7 \times 2 = 14, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$21 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 21 < 25 = 5^2) \quad 30 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 30 < 36 = 6^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 56 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2)$$

$$81 = 9^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°122



CAPU0122

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 4^2 - 2 = 2 \times 16 - 2 = 32 - 2 = 30$

$$B = (2 \times 4)^2 - 2 = 8^2 - 2 = 64 - 2 = 62$$

$$C = 6^2 + 4^2 = 36 + 16 = 52$$

$$D = (6 + 4)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 4 : 2x^3 = 2 \times 4^3 = 2 \times 64 = 128$$

$$\text{Pour } x = 10 : 2x^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 9^2 = \pi \times 81 = 81\pi$

a) L'aire exacte est $81\pi \text{ m}^2$.

$$81 \times 3,14 = 254,34$$

b) L'aire vaut environ 254 m^2 .

Le carré porte sur le rayon seul : $\pi \times 9^2$, et non $(\pi \times 9)^2$. On élève 9 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 69 et 110. » $\rightarrow$ encore 40 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 81, 100.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 100.

Le nombre mystère est 100 ($100 = 10^2$).