



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°123



CAPU0123

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 6 et du produit de 3 par 8.
- **B** est le produit de la somme de 6 et 3 par 8.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = 4^2 - 15 \quad E = 8 \times (10 - 3)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

106 divisé par 3 2 136 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 71 par 7 ? Justifier.

$$(a) 71 = 7 \times 9 + 8 \quad (b) 71 = 7 \times 10 + 1 \quad (c) 71 = 7 \times 11 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 107 œufs. Elle les range dans des boîtes de 6 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
515					
897					
1 210					
1 521					
9 716					

2. Dans le nombre $48\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 4 est un diviseur de 62.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°123



CAPU0123

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 - 2 + 4 \quad B = 6 \times 8 - 5 \times 2$$

$$C = (11 + 3) \times 6 - 13 \quad D = [3 + 3 \times (9 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 4 \times 8 + 3 = 88 \quad 5 \times 3 - 2 + 8 = 5$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 16 \times 9 \quad F = 5 \times 84 \times 20 \quad G = 33 \times 44 + 33 \times 56$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \times 5 \quad 7 \times 7 \quad 4 + 4 + 4 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad (1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

67 ; 104 ; 97 ; 144 ; 8 ; 36

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 1 \quad B = (4 \times 5)^2 - 1$$

$$C = 5^2 + 1^2 \quad D = (5 + 1)^2$$

2. Calculer l'expression $a^3 + 2$ pour $a = 4$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 67 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 287 et 337. Je suis le carré d'un nombre entier. Je suis divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°123



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 6 + 3 \times 8 = 6 + 24 = 30$

$B = (6 + 3) \times 8 = 9 \times 8 = 72$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4^2 + 3^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 4 et de 3.

$D = 4^2 - 15$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 4 et 15.

$E = 8 \times (10 - 3)$ est un **produit** : c'est le produit de 8 par la différence entre 10 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 35 = 105 \leq 106 < 108 = 3 \times 36$: le quotient est 35, le reste $106 - 105 = 1$.

$106 = 3 \times 35 + 1$, avec $1 < 3$.

$21 \times 101 = 2121 \leq 2136 < 2142 = 21 \times 102$: le quotient est 101, le reste $2136 - 2121 = 15$.

$2136 = 21 \times 101 + 15$, avec $15 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $71 = 7 \times 9 + 8$: le « reste » 8 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(b) $71 = 7 \times 10 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 7. ✓

(c) $71 = 7 \times 11 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 10, reste 1.

Comme $1 < 10$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 71 par 10 : quotient 7, reste 1.

3. $107 = 6 \times 17 + 5$, avec $5 < 6$

a) Elle remplit 17 boîtes pleines.

b) Il reste 5 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
515	non	non	oui	non	non
897	non	oui	non	non	non
1 210	oui	non	oui	non	oui
1 521	non	oui	non	oui	non
9 716	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°123



CAPU0123

Sommes des chiffres :

$$515 \rightarrow 5 + 1 + 5 = 11 \quad 897 \rightarrow 8 + 9 + 7 = 24 \quad 1\,210 \rightarrow 1 + 2 + 1 + 0 = 4$$
$$1\,521 \rightarrow 1 + 5 + 2 + 1 = 9 \quad 9\,716 \rightarrow 9 + 7 + 1 + 6 = 23$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 8 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 480.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 4 est un diviseur de 62. » **Faux.** $62 = 4 \times 15 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 - 2 + 4 = 20 + 4 = 24$

$$B = 6 \times 8 - 5 \times 2 = 48 - 10 = 38$$

$$C = (11 + 3) \times 6 - 13 = 14 \times 6 - 13 = 84 - 13 = 71$$

$$D = [3 + 3 \times (9 - 1)] \div 5 = [3 + 3 \times 8] \div 5 = [3 + 24] \div 5 = 27 \div 5 = 5,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times 4 \times (8 + 3) = 2 \times 4 \times 11 = 8 \times 11 = 88$$

$$5 \times 3 - (2 + 8) = 5 \times 3 - 10 = 15 - 10 = 5$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 16 \times 9 = 16 \times (10 - 1) = 16 \times 10 - 16 \times 1 = 160 - 16 = 144$$

$$F = 5 \times 84 \times 20 = 5 \times 20 \times 84 = 100 \times 84 = 8\,400$$

$$G = 33 \times 44 + 33 \times 56 = 33 \times (44 + 56) = 33 \times 100 = 3\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 \times 5 = 5^3 \quad 7 \times 7 = 7^2 \quad 2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121 \quad 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27 \quad 0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } (1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2 \text{ » Faux. } (1 + 3)^2 = 4^2 = 16, \text{ alors que } 1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10.$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 36 = 6^2 : \text{carré}$$

$$67 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 67 < 81 = 9^2) \quad 97 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°123



CAPU0123

104 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 104 < 121 = 11^2$) $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 1 = 4 \times 25 - 1 = 100 - 1 = 99$

$B = (4 \times 5)^2 - 1 = 20^2 - 1 = 400 - 1 = 399$

$C = 5^2 + 1^2 = 25 + 1 = 26$

$D = (5 + 1)^2 = 6^2 = 36$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 4$: $a^3 + 2 = 4^3 + 2 = 64 + 2 = 66$

Pour $a = 10$: $a^3 + 2 = 10^3 + 2 = 1\,000 + 2 = 1\,002$

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 67 :

$8^2 = 64 \leq 67$ et $9^2 = 81 > 67$.

a) **Elle mettra 8 dalles sur chaque côté.**

$67 - 64 = 3$

b) **Il lui restera 3 dalles.**

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 287 et 337. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 289, 324.

« Je suis divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 324.

Le nombre mystère est 324 ($324 = 18^2$).