



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°124



CAPU0124

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 3.
- **B** est le double du carré de 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 10^2 - 3 \quad D = (1 + 3)^3 \quad E = 7^2 + 6^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

245 divisé par 4 1 083 divisé par 23

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 293 par 11 ? Justifier.

$$(a) 293 = 11 \times 25 + 18 \quad (b) 293 = 11 \times 27 - 4 \quad (c) 293 = 11 \times 26 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 412 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- a) Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
b) Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
835					
9 240					
4 851					
2 516					
957					

2. Dans le nombre $87\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 140 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°124



CAPU0124

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 21 - 8 + 12 \quad B = 12 + 35 \div 7 \times 3$$

$$C = (4 \times 7 - 6) \div 4 \quad D = [3 + 3 \times (9 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 \times 8 - 3 - 8 = 7 \quad 5 + 7 \times 3 - 9 = 27$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 17 \times 77 + 17 \times 23 \quad F = 32 \times 11 \quad G = 5 \times 70 \times 20$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 0,4 \times 0,4 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 3^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 4^2 = 8$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

89 ; 64 ; 25 ; 18 ; 125 ; 81

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 5^2 - 6 \quad B = (5 \times 5)^2 - 6$$

$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 3 = 4n$ est-elle vraie pour $n = 6$? Pour $n = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 85 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 251 et 324.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°124



CAPU0124

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 3)^2 = 6^2 = 36$

$B = 2 \times 3^2 = 2 \times 9 = 18$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 10^2 - 3$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 10 et 3.

$D = (1 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 3.

$E = 7^2 + 6^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 7 et de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 61 = 244 \leq 245 < 248 = 4 \times 62$: le quotient est 61, le reste $245 - 244 = 1$.

$245 = 4 \times 61 + 1$, avec $1 < 4$.

$23 \times 47 = 1\,081 \leq 1\,083 < 1\,104 = 23 \times 48$: le quotient est 47, le reste $1\,083 - 1\,081 = 2$.

$1\,083 = 23 \times 47 + 2$, avec $2 < 23$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $293 = 11 \times 25 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(b) $293 = 11 \times 27 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $293 = 11 \times 26 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 11. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 26, reste 7.

Comme $7 < 26$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 293 par 26 : quotient 11, reste 7.

3. $412 = 30 \times 13 + 22$

En 13 soirs, elle lit 390 pages ; il lui en reste encore 22.

a) Il lui faut $13 + 1 = 14$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 22 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
835	non	non	oui	non	non
9 240	oui	oui	oui	non	oui
4 851	non	oui	non	oui	non
2 516	oui	non	non	non	non
957	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°124



CAPU0124

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 835 &\rightarrow 8 + 3 + 5 = 16 & 9\,240 &\rightarrow 9 + 2 + 4 + 0 = 15 & 4\,851 &\rightarrow 4 + 8 + 5 + 1 = 18 \\ 2\,516 &\rightarrow 2 + 5 + 1 + 6 = 14 & 957 &\rightarrow 9 + 5 + 7 = 21 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $8 + 7 + \square = 15 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 15$$

Une seule solution : 870.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 324, somme des chiffres 9.

« 140 est un multiple de 5. » **Vrai.** $140 = 5 \times 28$: le reste de la division de 140 par 5 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 21 - 8 + 12 = 13 + 12 = 25$

$$B = 12 + 35 \div 7 \times 3 = 12 + 5 \times 3 = 12 + 15 = 27$$

$$C = (4 \times 7 - 6) \div 4 = (28 - 6) \div 4 = 22 \div 4 = 5,5$$

$$D = [3 + 3 \times (9 - 1)] \div 5 = [3 + 3 \times 8] \div 5 = [3 + 24] \div 5 = 27 \div 5 = 5,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 \times (8 - 3) - 8 = 3 \times 5 - 8 = 15 - 8 = 7$$

$$(5 + 7) \times 3 - 9 = 12 \times 3 - 9 = 36 - 9 = 27$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 17 \times 77 + 17 \times 23 = 17 \times (77 + 23) = 17 \times 100 = 1\,700$$

$$F = 32 \times 11 = 32 \times (10 + 1) = 32 \times 10 + 32 \times 1 = 320 + 32 = 352$$

$$G = 5 \times 70 \times 20 = 5 \times 20 \times 70 = 100 \times 70 = 7\,000$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » } \mathbf{Faux.} \quad 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 4^2 = 8 \text{ » } \mathbf{Faux.} \quad 4^2 = 4 \times 4 = 16. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 4 \times 2 = 8, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$18 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 18 < 25 = 5^2) \quad 25 = 5^2 : \mathbf{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \mathbf{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \mathbf{carré}$$

$$89 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 89 < 100 = 10^2) \quad 125 = 5^3 : \mathbf{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°124



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 5^2 - 6 = 5 \times 25 - 6 = 125 - 6 = 119$

$$B = (5 \times 5)^2 - 6 = 25^2 - 6 = 625 - 6 = 619$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 + 3 = 6^2 + 3 = 36 + 3 = 39 \text{ et } 4n = 4 \times 6 = 24.$$

$39 \neq 24$: l'égalité est fausse pour $n = 6$.

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 3 = 3^2 + 3 = 9 + 3 = 12 \text{ et } 4n = 4 \times 3 = 12.$$

$12 = 12$: l'égalité est vraie pour $n = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 3 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 85 :

$$9^2 = 81 \leq 85 \text{ et } 10^2 = 100 > 85.$$

a) Elle mettra 9 dalles sur chaque côté.

$$85 - 81 = 4$$

b) Il lui restera 4 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 251 et 324. » $\rightarrow$ encore 72 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).