



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°125



CAPU0125

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 2 et 5.
- **B** est la somme des carrés de 2 et de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (9 + 8) \times 3 \quad \mathbf{D} = (2 + 4)^2 \quad \mathbf{E} = 4 + 2 \times 6$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$647 \text{ divisé par } 8 \quad 413 \text{ divisé par } 24$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 299 par 15 ? Justifier.

$$(a) 299 = 15 \times 18 + 29 \quad (b) 299 = 15 \times 20 - 1 \quad (c) 299 = 15 \times 19 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 121 élèves en sortie dans des minibus de 15 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 101					
9 338					
215					
5 280					
771					

2. Dans le nombre $48\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 6 est un diviseur de 177.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°125



CAPU0125

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 36 - 15 + 12 \quad B = 15 + 63 \div 7 \times 4$$

$$C = (6 \times 4 - 4) \div 4 \quad D = 9,9 + 4 \times 2,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 3 \times 8 + 2 = 33 \quad 9 + 5 - 2 - 2 = 14$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 34 \times 125 \quad F = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 \quad G = 27 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \times 6 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 10 \times 10 \quad 3 + 3 + 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 5^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 1^3 = 1 \quad 2 \times 6^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

49 ; 64 ; 50 ; 26 ; 144 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 1 \quad B = (5 \times 2)^2 - 1$$

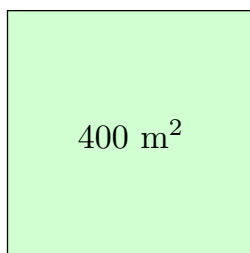
$$C = 4^2 + 1^2 \quad D = (4 + 1)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 2$ et $B = (2x)^2 - 2$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 400 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 11 et 45.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Mon chiffre des unités est 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°125



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$

$$B = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (9 + 8) \times 3$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 9 et 8 par 3.

$D = (2 + 4)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 2 et 4.

$E = 4 + 2 \times 6$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du produit de 2 par 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 80 = 640 \leq 647 < 648 = 8 \times 81$: le quotient est 80, le reste $647 - 640 = 7$.

$$647 = 8 \times 80 + 7, \text{ avec } 7 < 8.$$

$24 \times 17 = 408 \leq 413 < 432 = 24 \times 18$: le quotient est 17, le reste $413 - 408 = 5$.

$$413 = 24 \times 17 + 5, \text{ avec } 5 < 24.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $299 = 15 \times 18 + 29$: le « reste » 29 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $299 = 15 \times 20 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $299 = 15 \times 19 + 14$: le reste 14 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 19, reste 14.

Comme $14 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 299 par 19 : quotient 15, reste 14.

3. $121 = 15 \times 8 + 1$

8 minibus pleins transportent 120 élèves ; il en reste 1 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $8 + 1 = 9$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $15 - 1 = 14$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°125



CAPU0125

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 101	non	oui	non	oui	non
9 338	oui	non	non	non	non
215	non	non	oui	non	non
5 280	oui	oui	oui	non	oui
771	non	oui	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$7\ 101 \rightarrow 7 + 1 + 0 + 1 = 9 \quad 9\ 338 \rightarrow 9 + 3 + 3 + 8 = 23 \quad 215 \rightarrow 2 + 1 + 5 = 8$$

$$5\ 280 \rightarrow 5 + 2 + 8 + 0 = 15 \quad 771 \rightarrow 7 + 7 + 1 = 15$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 8 + \square = 12 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 12$$

Une seule solution : 480.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 21 est divisible par 3 ($21 = 3 \times 7$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 6 est un diviseur de 177. » **Faux.** $177 = 6 \times 29 + 3$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 36 - 15 + 12 = 21 + 12 = 33$

$$B = 15 + 63 \div 7 \times 4 = 15 + 9 \times 4 = 15 + 36 = 51$$

$$C = (6 \times 4 - 4) \div 4 = (24 - 4) \div 4 = 20 \div 4 = 5$$

$$D = 9,9 + 4 \times 2,5 = 9,9 + 10 = 19,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 + 3 \times (8 + 2) = 3 + 3 \times 10 = 3 + 30 = 33$$

$$9 + 5 - (2 - 2) = 9 + 5 - 0 = 14 - 0 = 14$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 34 \times 125 = 8 \times 125 \times 34 = 1\ 000 \times 34 = 34\ 000$$

$$F = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 = 4,5 \times (0,8 + 0,2) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 27 \times 99 = 27 \times (100 - 1) = 27 \times 100 - 27 \times 1 = 2\ 700 - 27 = 2\ 673$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°125



CAPU0125

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 \times 6 = 6^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $10 \times 10 = 10^2$

$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $3^3 = 27$.

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $2 \times 6^2 = 12^2$ » **Faux**. $2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72$, alors que $12^2 = 144$. Le carré ne porte que sur 6.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$8 = 2^3$: **cube** 26 : ni l'un ni l'autre ($5^2 = 25 < 26 < 36 = 6^2$)

$49 = 7^2$: **carré** 50 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2$)

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube** ! $144 = 12^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 1 = 5 \times 4 - 1 = 20 - 1 = 19$

$B = (5 \times 2)^2 - 1 = 10^2 - 1 = 100 - 1 = 99$

$C = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17$

$D = (4 + 1)^2 = 5^2 = 25$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$A = 2x^2 - 2 = 2 \times 4^2 - 2 = 2 \times 16 - 2 = 32 - 2 = 30$

$B = (2x)^2 - 2 = (2 \times 4)^2 - 2 = 8^2 - 2 = 64 - 2 = 62$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit $2x$ tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 400 : $20 \times 20 = 400$, c'est-à-dire $20^2 = 400$.

a) Le côté mesure 20 m.

$4 \times 20 = 80$

b) Le périmètre est de 80 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté²**, son périmètre **4 $\times$ côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 11 et 45. » $\rightarrow$ encore 33 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25, 36.

« Je ne suis pas divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 5. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).