



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°126



CAPU0126

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 18 et du quotient de 10 par 2.
- **B** est le quotient de la somme de 18 et 10 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (5 + 67) \div 9 \quad D = (4 + 7)^2 \quad E = 8^2 - 31$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

628 divisé par 6 570 divisé par 11

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 194 par 10 ? Justifier.

$$(a) 194 = 10 \times 18 + 14 \quad (b) 194 = 10 \times 19 + 4 \quad (c) 194 = 10 \times 20 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 162 pages. Nina en lit 20 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
835					
417					
5 490					
1 702					
6 489					

2. Dans le nombre $1\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 135 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°126



CAPU0126

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 5 \times 3 \quad B = 9 + 30 \div 6 \times 3$$

$$C = (4 \times 5 - 3) \div 5 \quad D = 2,6 + 6 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 \times 4 \times 2 + 9 = 153 \quad 8 \times 9 + 2 + 9 = 160$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 \quad F = 13 \times 99 \quad G = 29 + 12,6 + 71$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$6 \times 6 \quad 3 + 3 + 3 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 2^3 = 3^2 \quad 9^2 = 18$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

85 ; 44 ; 36 ; 144 ; 125 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 4 \quad B = (3 \times 2)^2 - 4$$

$$C = 6^2 + 3^2 \quad D = (6 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 18 = 9n$ est-elle vraie pour $n = 7$? Pour $n = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 40 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 279 et 325. Je suis le carré d'un nombre entier. Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°126



CAPU0126

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 18 + 10 \div 2 = 18 + 5 = 23$

$$B = (18 + 10) \div 2 = 28 \div 2 = 14$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (5 + 67) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 5 et 67 par 9.

$$D = (4 + 7)^2 \text{ est un } \mathbf{carré} : \text{c'est le carré de la somme de 4 et 7.}$$

$$E = 8^2 - 31 \text{ est une } \mathbf{différence} : \text{c'est la différence entre le carré de 8 et 31.}$$

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 104 = 624 \leq 628 < 630 = 6 \times 105$: le quotient est 104, le reste $628 - 624 = 4$.

$$\mathbf{628 = 6 \times 104 + 4}, \text{ avec } 4 < 6.$$

$$11 \times 51 = 561 \leq 570 < 572 = 11 \times 52 : \text{le quotient est 51, le reste } 570 - 561 = 9.$$

$$\mathbf{570 = 11 \times 51 + 9}, \text{ avec } 9 < 11.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $194 = 10 \times 18 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(b) $194 = 10 \times 19 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $194 = 10 \times 20 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 19, reste 4.

Comme $4 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 194 par 19 : quotient 10, reste 4.

3. $162 = 20 \times 8 + 2$

En 8 soirs, elle lit 160 pages ; il lui en reste encore 2.

a) Il lui faut $8 + 1 = 9$ soirs.

b) Le dernier soir, elle lit 2 pages.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
835	non	non	oui	non	non
417	non	oui	non	non	non
5 490	oui	oui	oui	oui	oui
1 702	oui	non	non	non	non
6 489	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°126



CAPU0126

Sommes des chiffres :

$$835 \rightarrow 8 + 3 + 5 = 16 \quad 417 \rightarrow 4 + 1 + 7 = 12 \quad 5\,490 \rightarrow 5 + 4 + 9 + 0 = 18$$

$$1\,702 \rightarrow 1 + 7 + 0 + 2 = 10 \quad 6\,489 \rightarrow 6 + 4 + 8 + 9 = 27$$

2. Somme des chiffres : $1 + \square + 3 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 153.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 135 est un multiple de 9. » **Vrai.** $135 = 9 \times 15$: le reste de la division de 135 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 5 \times 3 = 22 + 15 = 37$

$$B = 9 + 30 \div 6 \times 3 = 9 + 5 \times 3 = 9 + 15 = 24$$

$$C = (4 \times 5 - 3) \div 5 = (20 - 3) \div 5 = 17 \div 5 = 3,4$$

$$D = 2,6 + 6 \times 0,2 = 2,6 + 1,2 = 3,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 \times (4 \times 2 + 9) = 9 \times (8 + 9) = 9 \times 17 = 153$$

$$8 \times (9 + 2 + 9) = 8 \times (11 + 9) = 8 \times 20 = 160$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 13 \times 99 = 13 \times (100 - 1) = 13 \times 100 - 13 \times 1 = 1\,300 - 13 = 1\,287$$

$$G = 29 + 12,6 + 71 = 29 + 71 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2 \quad 2,5 \times 2,5 = 2,5^2 \quad 2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$3 + 3 + 3 = 3 \times 3 = 9 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 3^3 = 27.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49 \quad 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125 \quad 0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

$$\text{« } 9^2 = 18 \text{ » Faux. } 9^2 = 9 \times 9 = 81. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 9 \times 2 = 18, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 44 : \text{ni l'un ni l'autre} (6^2 = 36 < 44 < 49 = 7^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 85 : \text{ni l'un ni l'autre} (9^2 = 81 < 85 < 100 = 10^2)$$

$$125 = 5^3 : \text{cube} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 2^2 - 4 = 3 \times 4 - 4 = 12 - 4 = 8$

$$B = (3 \times 2)^2 - 4 = 6^2 - 4 = 36 - 4 = 32$$

$$C = 6^2 + 3^2 = 36 + 9 = 45$$

$$D = (6 + 3)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 7 : n^2 + 18 = 7^2 + 18 = 49 + 18 = 67 \text{ et } 9n = 9 \times 7 = 63.$$

$67 \neq 63$: l'égalité est fausse pour $n = 7$.

$$\text{Pour } n = 3 : n^2 + 18 = 3^2 + 18 = 9 + 18 = 27 \text{ et } 9n = 9 \times 3 = 27.$$

$27 = 27$: l'égalité est vraie pour $n = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 6$, et seulement pour 3 et 6.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 40 :

$$6^2 = 36 \leq 40 \text{ et } 7^2 = 49 > 40.$$

a) Elle mettra 6 dalles sur chaque côté.

$$40 - 36 = 4$$

b) Il lui restera 4 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 279 et 325. » $\rightarrow$ encore 45 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 289, 324.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 289.

Le nombre mystère est 289 ($289 = 17^2$).