



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°127



CAPU0127

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 11 et 3 par 2.
- **B** est la somme de 11 et du produit de 3 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (8 + 3) \times 3 \quad \mathbf{D} = 2 + 49 \div 7 \quad \mathbf{E} = 11^2 - 23$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$721 \text{ divisé par } 8 \quad 1\,843 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 159 par 10 ? Justifier.

$$(a) 159 = 10 \times 16 - 1 \quad (b) 159 = 10 \times 14 + 19 \quad (c) 159 = 10 \times 15 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 6 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 122					
4 347					
2 900					
867					
665					

2. Dans le nombre $79\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 4 est un diviseur de 49.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°127



CAPU0127

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 7 + 7 \times 7 \quad B = 14 \div 2 \times 4$$

$$C = (5 \times 3 - 1) \div 5 \quad D = 2 \times [22 - (8 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 + 5 \times 6 - 4 = 50 \quad 7 - 5 + 6 - 8 = 4$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 13 \times 9 \quad F = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 \quad G = 2 \times 46 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 9 \times 9 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 3 \times 3 \times 3$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 4^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2 \times 4^2 = 8^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

82 ; 64 ; 81 ; 27 ; 16 ; 142

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 5 \quad B = (4 \times 2)^2 - 5$$

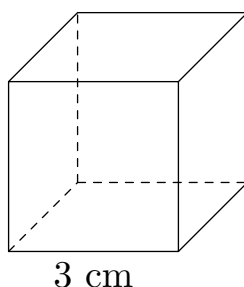
$$C = 4^2 + 6^2 \quad D = (4 + 6)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 12 = 8x$ est-elle vraie pour $x = 4$? Pour $x = 6$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 3 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 111 et 162.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 4.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (11 + 3) \times 2 = 14 \times 2 = 28$

$B = 11 + 3 \times 2 = 11 + 6 = 17$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (8 + 3) \times 3$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 8 et 3 par 3.

$D = 2 + 49 \div 7$ est une **somme** : c'est la somme de 2 et du quotient de 49 par 7.

$E = 11^2 - 23$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 11 et 23.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 90 = 720 \leq 721 < 728 = 8 \times 91$: le quotient est 90, le reste $721 - 720 = 1$.

$721 = 8 \times 90 + 1$, avec $1 < 8$.

$22 \times 83 = 1\,826 \leq 1\,843 < 1\,848 = 22 \times 84$: le quotient est 83, le reste $1\,843 - 1\,826 = 17$.

$1\,843 = 22 \times 83 + 17$, avec $17 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $159 = 10 \times 16 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $159 = 10 \times 14 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(c) $159 = 10 \times 15 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 15, reste 9.

Comme $9 < 15$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 159 par 15 : quotient 10, reste 9.

3. $52 = 6 \times 8 + 4$, avec $4 < 6$

a) **Chaque joueur reçoit 8 cartes.**

b) **La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 6 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
2 122	oui	non	non	non	non
4 347	non	oui	non	oui	non
2 900	oui	non	oui	non	oui
867	non	oui	non	non	non
665	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°127



CAPU0127

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 2\,122 &\rightarrow 2 + 1 + 2 + 2 = 7 & 4\,347 &\rightarrow 4 + 3 + 4 + 7 = 18 & 2\,900 &\rightarrow 2 + 9 + 0 + 0 = 11 \\ 867 &\rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 & 665 &\rightarrow 6 + 6 + 5 = 17 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $7 + 9 + \square = 16 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 18; \square = 8 : 24$$

2 solutions : 792, 798.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 4 est un diviseur de 49. » **Faux.** $49 = 4 \times 12 + 1$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 7 + 7 \times 7 = 7 + 49 = 56$

$$B = 14 \div 2 \times 4 = 7 \times 4 = 28$$

$$C = (5 \times 3 - 1) \div 5 = (15 - 1) \div 5 = 14 \div 5 = 2,8$$

$$D = 2 \times [22 - (8 + 6)] = 2 \times [22 - 14] = 2 \times 8 = 16$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(4 + 5) \times 6 - 4 = 9 \times 6 - 4 = 54 - 4 = 50$$

$$7 - (5 + 6 - 8) = 7 - (11 - 8) = 7 - 3 = 4$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 13 \times 9 = 13 \times (10 - 1) = 13 \times 10 - 13 \times 1 = 130 - 13 = 117$$

$$F = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 = 4,5 \times (0,8 + 0,2) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 2 \times 46 \times 50 = 2 \times 50 \times 46 = 100 \times 46 = 4\,600$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $9 \times 9 = 9^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $30^2 = 30 \times 30 = 900$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 2 \times 4^2 = 8^2 \text{ » Faux. } 2 \times 4^2 = 2 \times 16 = 32, \text{ alors que } 8^2 = 64. \text{ Le carré ne porte que sur 4.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°127



CAPU0127

82 : ni l'un ni l'autre ($9^2 = 81 < 82 < 100 = 10^2$) 142 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 142 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 5 = 4 \times 4 - 5 = 16 - 5 = 11$

$$B = (4 \times 2)^2 - 5 = 8^2 - 5 = 64 - 5 = 59$$

$$C = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$$

$$D = (4 + 6)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $x = 4$: $x^2 + 12 = 4^2 + 12 = 16 + 12 = 28$ et $8x = 8 \times 4 = 32$.

$28 \neq 32$: l'égalité est fausse pour $x = 4$.

Pour $x = 6$: $x^2 + 12 = 6^2 + 12 = 36 + 12 = 48$ et $8x = 8 \times 6 = 48$.

$48 = 48$: l'égalité est vraie pour $x = 6$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 2$, et seulement pour 6 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 3 petits cubes sur 3 : $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

a) On voit 9 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 3 couches de 9 petits cubes : $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

b) Il a utilisé 27 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $3 - 2 = 1$ petits cubes d'arête. $1^3 = 1 \times 1 \times 1 = 1$.

c) 1 petit cube n'a aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 111 et 162. » $\rightarrow$ encore 50 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 121, 144.

« Mon chiffre des unités est 4. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).