



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°128



CAPU0128

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 4 et 5.
- **B** est la somme des carrés de 4 et de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 + 6) \times 7 \quad D = 6^2 - 26 \quad E = (2 \times 5)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

581 divisé par 9 2 321 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 337 par 11 ? Justifier.

$$(a) 337 = 11 \times 30 + 7 \quad (b) 337 = 11 \times 29 + 18 \quad (c) 337 = 11 \times 31 - 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes mardi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 319 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 319 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
605					
5 782					
7 480					
597					
9 693					

2. Dans le nombre $9\square 1$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 56.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°128



CAPU0128

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 4 + 2 \times 5 \quad B = 9 \times 6 - 2 \times 2$$

$$C = 56 - 2 \times (19 - 3) \quad D = [4 + 8 \times (9 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 + 4 + 8 \times 4 = 56 \quad 4 + 2 \times 4 \times 5 = 60$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 \quad F = 51 + 7,8 + 49 \quad G = 42 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2,5 \times 2,5 \quad 11 \times 11 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 6 + 6 + 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 4^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2 \times 5^2 = 10^2 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

36 ; 79 ; 49 ; 99 ; 1 000 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 6 \quad B = (5 \times 4)^2 - 6$$

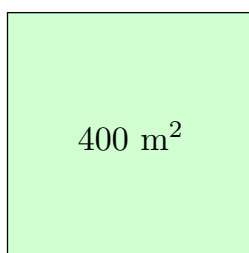
$$C = 5^2 + 4^2 \quad D = (5 + 4)^2$$

2. Calculer l'expression $2a^3$ pour $a = 3$, puis pour $a = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de 400 m^2 .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 141 et 198.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°128



CAPU0128

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 5)^2 = 9^2 = 81$

$B = 4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 + 6) \times 7$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 2 et 6 par 7.

$D = 6^2 - 26$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 26.

$E = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 64 = 576 \leq 581 < 585 = 9 \times 65$: le quotient est 64, le reste $581 - 576 = 5$.

$581 = 9 \times 64 + 5$, avec $5 < 9$.

$21 \times 110 = 2\,310 \leq 2\,321 < 2\,331 = 21 \times 111$: le quotient est 110, le reste $2\,321 - 2\,310 = 11$.

$2\,321 = 21 \times 110 + 11$, avec $11 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $337 = 11 \times 30 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 11. ✓

(b) $337 = 11 \times 29 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

(c) $337 = 11 \times 31 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 30, reste 7.

Comme $7 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 337 par 30 : quotient 11, reste 7.

3. $319 = 7 \times 45 + 4$

a) 319 jours font 45 semaines complètes et 4 jours.

Après 45 semaines complètes, on est de nouveau mardi. Il reste à avancer de 4 jours : mardi → mercredi → jeudi → vendredi → samedi.

b) Dans 319 jours, nous serons samedi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
605	non	non	oui	non	non
5 782	oui	non	non	non	non
7 480	oui	non	oui	non	oui
597	non	oui	non	non	non
9 693	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°128



CAPU0128

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 605 &\rightarrow 6 + 0 + 5 = 11 & 5\,782 &\rightarrow 5 + 7 + 8 + 2 = 22 & 7\,480 &\rightarrow 7 + 4 + 8 + 0 = 19 \\ 597 &\rightarrow 5 + 9 + 7 = 21 & 9\,693 &\rightarrow 9 + 6 + 9 + 3 = 27 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $9 + \square + 1 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12 ; \square = 5 : 15 ; \square = 8 : 18$$

3 solutions : 921, 951, 981.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 80 est pair mais $80 = 3 \times 26 + 2$.
« 3 est un diviseur de 56. » **Faux.** $56 = 3 \times 18 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 4 + 2 \times 5 = 4 + 10 = 14$

$$B = 9 \times 6 - 2 \times 2 = 54 - 4 = 50$$

$$C = 56 - 2 \times (19 - 3) = 56 - 2 \times 16 = 56 - 32 = 24$$

$$D = [4 + 8 \times (9 - 1)] \div 5 = [4 + 8 \times 8] \div 5 = [4 + 64] \div 5 = 68 \div 5 = 13,6$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 + (4 + 8) \times 4 = 8 + 12 \times 4 = 8 + 48 = 56$$

$$(4 + 2 \times 4) \times 5 = (4 + 8) \times 5 = 12 \times 5 = 60$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 = 4,5 \times (0,8 + 0,2) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 51 + 7,8 + 49 = 51 + 49 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 42 \times 9 = 42 \times (10 - 1) = 42 \times 10 - 42 \times 1 = 420 - 42 = 378$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $11 \times 11 = 11^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 2^2 = 1 + 4 = 5$, qui n'est le carré d'aucun entier ($2^2 = 4$ et $3^2 = 9$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 2 \times 5^2 = 10^2 \text{ » Faux. } 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50, \text{ alors que } 10^2 = 100. \text{ Le carré ne porte que sur } 5.$$

$$\text{« } 10^3 = 1\,000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 : \text{un } 1 \text{ suivi de trois zéros.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 79 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 79 < 81 = 9^2)$$

$$99 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 99 < 100 = 10^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°128



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 6 = 5 \times 16 - 6 = 80 - 6 = 74$

$B = (5 \times 4)^2 - 6 = 20^2 - 6 = 400 - 6 = 394$

$C = 5^2 + 4^2 = 25 + 16 = 41$

$D = (5 + 4)^2 = 9^2 = 81$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $a = 3$: $2a^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$

Pour $a = 10$: $2a^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$

Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 400 : $20 \times 20 = 400$, c'est-à-dire $20^2 = 400$.

a) Le côté mesure 20 m.

$4 \times 20 = 80$

b) Le périmètre est de 80 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est côté^2 , son périmètre $4 \times \text{côté}$.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 141 et 198. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169, 196.

« Mon chiffre des unités est 9. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).