



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°129



CAPU0129

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 36 et 12 par 6.
- **B** est la somme de 36 et du quotient de 12 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (7 + 29) \div 9 \quad D = (2 \times 5)^2 \quad E = 3 + 6 \times 3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$143 \text{ divisé par } 6 \quad 1\,016 \text{ divisé par } 18$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 165 par 7 ? Justifier.

$$(a) 165 = 7 \times 24 - 3 \quad (b) 165 = 7 \times 22 + 11 \quad (c) 165 = 7 \times 23 + 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 54 cartes (avec les jokers) entre 7 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
325					
717					
7 290					
9 261					
9 866					

2. Dans le nombre $4\square 0$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 6 est un diviseur de 138.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°129



CAPU0129

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 17 + 2 \times 7 \quad B = 5 \times 9 - 5 \times 3$$

$$C = 57 - 5 \times (11 - 9) \quad D = [9 + 6 \times (10 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 \times 2 + 7 - 2 = 43 \quad 2 \times 7 \times 2 - 7 = 14$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 + 0,75 + 58 \quad F = 34 \times 81 - 34 \times 71 \quad G = 27 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$12 \times 12 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 2 + 2 + 2 \quad 1,5 \times 1,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad 2 \times 5^2 = 10^2 \quad 0,3^2 = 0,9$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 121 ; 15 ; 36 ; 97 ; 8

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 6^2 - 2 \quad B = (5 \times 6)^2 - 2$$

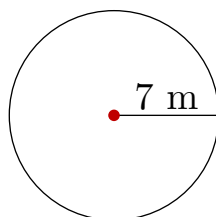
$$C = 1^2 + 7^2 \quad D = (1 + 7)^2$$

2. Calculer l'expression $2x^3$ pour $x = 5$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 7 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 26 et 59.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°129



CAPU0129

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (36 + 12) \div 6 = 48 \div 6 = 8$

$B = 36 + 12 \div 6 = 36 + 2 = 38$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (7 + 29) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 7 et 29 par 9.

$D = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$E = 3 + 6 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du produit de 6 par 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 23 = 138 \leq 143 < 144 = 6 \times 24$: le quotient est 23, le reste $143 - 138 = 5$.

$143 = 6 \times 23 + 5$, avec $5 < 6$.

$18 \times 56 = 1\,008 \leq 1\,016 < 1\,026 = 18 \times 57$: le quotient est 56, le reste $1\,016 - 1\,008 = 8$.

$1\,016 = 18 \times 56 + 8$, avec $8 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $165 = 7 \times 24 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $165 = 7 \times 22 + 11$: le « reste » 11 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

(c) $165 = 7 \times 23 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 7. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 23, reste 4.

Comme $4 < 23$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 165 par 23 : quotient 7, reste 4.

3. $54 = 7 \times 7 + 5$, avec $5 < 7$

a) Chaque joueur reçoit 7 cartes.

b) La pioche contient 5 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 7 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
325	non	non	oui	non	non
717	non	oui	non	non	non
7 290	oui	oui	oui	oui	oui
9 261	non	oui	non	oui	non
9 866	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°129



CAPU0129

Sommes des chiffres :

$$325 \rightarrow 3 + 2 + 5 = 10 \quad 717 \rightarrow 7 + 1 + 7 = 15 \quad 7\,290 \rightarrow 7 + 2 + 9 + 0 = 18$$

$$9\,261 \rightarrow 9 + 2 + 6 + 1 = 18 \quad 9\,866 \rightarrow 9 + 8 + 6 + 6 = 29$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 0 = 4 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 9$$

Une seule solution : 450.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 513, somme des chiffres 9.

« 6 est un diviseur de 138. » **Vrai.** $138 = 6 \times 23$: le reste de la division de 138 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 17 + 2 \times 7 = 17 + 14 = 31$

$$B = 5 \times 9 - 5 \times 3 = 45 - 15 = 30$$

$$C = 57 - 5 \times (11 - 9) = 57 - 5 \times 2 = 57 - 10 = 47$$

$$D = [9 + 6 \times (10 - 1)] \div 2 = [9 + 6 \times 9] \div 2 = [9 + 54] \div 2 = 63 \div 2 = 31,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$5 \times (2 + 7) - 2 = 5 \times 9 - 2 = 45 - 2 = 43$$

$$2 \times (7 \times 2 - 7) = 2 \times (14 - 7) = 2 \times 7 = 14$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 + 0,75 + 58 = 42 + 58 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$F = 34 \times 81 - 34 \times 71 = 34 \times (81 - 71) = 34 \times 10 = 340$$

$$G = 27 \times 9 = 27 \times (10 - 1) = 27 \times 10 - 27 \times 1 = 270 - 27 = 243$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $12 \times 12 = 12^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

$$\text{« } 2 \times 5^2 = 10^2 \text{ » Faux. } 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50, \text{ alors que } 10^2 = 100. \text{ Le carré ne porte que sur } 5.$$

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 15 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 15 < 16 = 4^2)$$

$$36 = 6^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$97 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 97 < 100 = 10^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°129



CAPU0129

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 6^2 - 2 = 5 \times 36 - 2 = 180 - 2 = 178$

$B = (5 \times 6)^2 - 2 = 30^2 - 2 = 900 - 2 = 898$

$C = 1^2 + 7^2 = 1 + 49 = 50$

$D = (1 + 7)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×6 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 5$: $2x^3 = 2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$

Pour $x = 10$: $2x^3 = 2 \times 10^3 = 2 \times 1\,000 = 2\,000$

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 7^2 = \pi \times 49 = 49\pi$

a) L'aire exacte est $49\pi \text{ m}^2$.

$49 \times 3,14 = 153,86$

b) L'aire vaut environ 154 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 7^2$, et non $(\pi \times 7)^2$. On élève 7 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 26 et 59. » $\rightarrow$ encore 32 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).