



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°13



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 5.
- **B** est le double du carré de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 6 + 16 \div 2 \quad D = 2 \times 9^2 \quad E = (7 + 2)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

992 divisé par 3 871 divisé par 24

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 304 par 10 ? Justifier.

$$(a) 304 = 10 \times 30 + 4 \quad (b) 304 = 10 \times 31 - 6 \quad (c) 304 = 10 \times 29 + 14$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes jeudi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 356 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 356 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 592					
845					
5 589					
7 140					
357					

2. Dans le nombre $4\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 67 est un multiple de 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°13



CAPU0013

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 15 + 6 \times 6 \quad B = 18 + 27 \div 3 \times 3$$

$$C = (2 + 7) \times 4 - 6 \quad D = 9,9 + 6 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 + 8 \times 5 - 7 = 63 \quad 8 + 4 - 4 + 2 = 6$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 29 + 12,6 + 71 \quad F = 26 \times 101 \quad G = 15 \times 59 + 15 \times 41$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 7 \times 7 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

64 ; 105 ; 49 ; 121 ; 28 ; 27

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 6^2 - 8 \quad B = (3 \times 6)^2 - 8$$

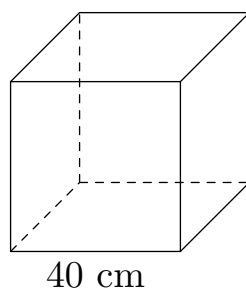
$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 5$ et $B = (2a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 40 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 55 et 113.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 1.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°13



CAPU0013

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

$B = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6 + 16 \div 2$ est une **somme** : c'est la somme de 6 et du quotient de 16 par 2.

$D = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

$E = (7 + 2)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 7 et 2.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 330 = 990 \leq 992 < 993 = 3 \times 331$: le quotient est 330, le reste $992 - 990 = 2$.

$992 = 3 \times 330 + 2$, avec $2 < 3$.

$24 \times 36 = 864 \leq 871 < 888 = 24 \times 37$: le quotient est 36, le reste $871 - 864 = 7$.

$871 = 24 \times 36 + 7$, avec $7 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $304 = 10 \times 30 + 4$: le reste 4 est bien inférieur à 10. ✓

(b) $304 = 10 \times 31 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $304 = 10 \times 29 + 14$: le « reste » 14 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 30, reste 4.

Comme $4 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 304 par 30 : quotient 10, reste 4.

3. $356 = 7 \times 50 + 6$

a) 356 jours font 50 semaines complètes et 6 jours.

Après 50 semaines complètes, on est de nouveau jeudi. Il reste à avancer de 6 jours : jeudi → vendredi → samedi → dimanche → lundi → mardi → mercredi.

b) Dans 356 jours, nous serons mercredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 592	oui	non	non	non	non
845	non	non	oui	non	non
5 589	non	oui	non	oui	non
7 140	oui	oui	oui	non	oui
357	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°13



CAPU0013

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 6\,592 \rightarrow 6 + 5 + 9 + 2 = 22 & 845 \rightarrow 8 + 4 + 5 = 17 & 5\,589 \rightarrow 5 + 5 + 8 + 9 = 27 \\ 7\,140 \rightarrow 7 + 1 + 4 + 0 = 12 & 357 \rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 & \end{array}$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 2 = 6 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 6 ; \square = 3 : 9 ; \square = 6 : 12 ; \square = 9 : 15$$

4 solutions : 402, 432, 462, 492.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 945, somme des chiffres 18.

« 67 est un multiple de 5. » **Faux.** $67 = 5 \times 13 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 15 + 6 \times 6 = 15 + 36 = 51$

$$B = 18 + 27 \div 3 \times 3 = 18 + 9 \times 3 = 18 + 27 = 45$$

$$C = (2 + 7) \times 4 - 6 = 9 \times 4 - 6 = 36 - 6 = 30$$

$$D = 9,9 + 6 \times 0,2 = 9,9 + 1,2 = 11,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(6 + 8) \times 5 - 7 = 14 \times 5 - 7 = 70 - 7 = 63$$

$$8 + 4 - (4 + 2) = 8 + 4 - 6 = 12 - 6 = 6$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 29 + 12,6 + 71 = 29 + 71 + 12,6 = 100 + 12,6 = 112,6$$

$$F = 26 \times 101 = 26 \times (100 + 1) = 26 \times 100 + 26 \times 1 = 2\,600 + 26 = 2\,626$$

$$G = 15 \times 59 + 15 \times 41 = 15 \times (59 + 41) = 15 \times 100 = 1\,500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $7 \times 7 = 7^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } 5^3 = 15 \text{ » Faux. } 5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125, \text{ et non } 3 \times 5.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$27 = 3^3 : \text{cube} \quad 28 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 28 < 36 = 6^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$105 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 105 < 121 = 11^2) \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 6^2 - 8 = 3 \times 36 - 8 = 108 - 8 = 100$

$$B = (3 \times 6)^2 - 8 = 18^2 - 8 = 324 - 8 = 316$$

$$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$$

$$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 6 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×6 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 5 = 2 \times 2^2 - 5 = 2 \times 4 - 5 = 8 - 5 = 3$$

$$B = (2a)^2 - 5 = (2 \times 2)^2 - 5 = 4^2 - 5 = 16 - 5 = 11$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 40^3 = 40 \times 40 \times 40 = 64\,000$

a) Le volume est de 64 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$64\,000 \div 1\,000 = 64$$

b) L'aquarium contient 64 litres.

Autre façon de voir : 40 cm, c'est 4 fois 10 cm ; on range $4 \times 4 \times 4 = 64$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 55 et 113. » $\rightarrow$ encore 57 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64, 81, 100.

« Mon chiffre des unités est 1. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).