



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°130



CAPU0130

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 30 et 45 par 5.
- **B** est la somme de 30 et du quotient de 45 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (7 + 2) \times 8 \quad D = 1^2 + 6^2 \quad E = (2 + 1)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

933 divisé par 8 2 037 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 436 par 11 ? Justifier.

$$(a) 436 = 11 \times 40 - 4 \quad (b) 436 = 11 \times 39 + 7 \quad (c) 436 = 11 \times 38 + 18$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collège emmène 119 élèves en sortie dans des minibus de 16 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
471					
7 510					
275					
3 537					
4 498					

2. Dans le nombre $27\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 99.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°130



CAPU0130

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 44 - 11 + 15 \quad B = 48 \div 8 \times 3$$

$$C = (3 + 5) \times 5 - 13 \quad D = [5 + 2 \times (12 - 1)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 7 + 2 \times 4 = 48 \quad 5 \times 5 + 3 - 6 = 34$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 42 \times 101 \quad F = 5 \times 70 \times 20 \quad G = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$7 \times 7 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 2 + 2 + 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 5^3 \quad 0,8^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 5^2 = 10 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

63 ; 121 ; 27 ; 64 ; 135 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 4^2 - 3 \quad B = (3 \times 4)^2 - 3$$

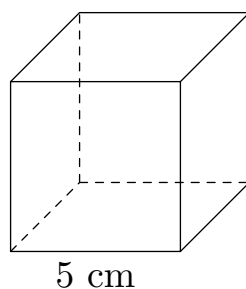
$$C = 3^2 + 5^2 \quad D = (3 + 5)^2$$

2. Calculer l'expression $x^2 + 2x$ pour $x = 5$, puis pour $x = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Avec des petits cubes de 1 cm d'arête, Léo construit un grand cube plein de 5 cm d'arête.



a) Combien de petits cubes voit-on sur une face du grand cube ?

b) Combien de petits cubes a-t-il utilisés en tout ?

c) Léo trempe son grand cube dans la peinture. Combien de petits cubes n'ont **aucune** face peinte ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 1 et 31.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Mon chiffre des unités est 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°130



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (30 + 45) \div 5 = 75 \div 5 = 15$

$B = 30 + 45 \div 5 = 30 + 9 = 39$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (7 + 2) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 7 et 2 par 8.

$D = 1^2 + 6^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 1 et de 6.

$E = (2 + 1)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 2 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 116 = 928 \leq 933 < 936 = 8 \times 117$: le quotient est 116, le reste $933 - 928 = 5$.

$933 = 8 \times 116 + 5$, avec $5 < 8$.

$26 \times 78 = 2\,028 \leq 2\,037 < 2\,054 = 26 \times 79$: le quotient est 78, le reste $2\,037 - 2\,028 = 9$.

$2\,037 = 26 \times 78 + 9$, avec $9 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 11 » :

(a) $436 = 11 \times 40 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $436 = 11 \times 39 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 11. ✓

(c) $436 = 11 \times 38 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 11, on pouvait encore mettre 11 une fois de plus.

C'est l'égalité (b) : quotient 39, reste 7.

Comme $7 < 39$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 436 par 39 : quotient 11, reste 7.

3. $119 = 16 \times 7 + 7$

7 minibus pleins transportent 112 élèves ; il en reste 7 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $7 + 1 = 8$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $16 - 7 = 9$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°130



CAPU0130

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
471	non	oui	non	non	non
7 510	oui	non	oui	non	oui
275	non	non	oui	non	non
3 537	non	oui	non	oui	non
4 498	oui	non	non	non	non

Sommes des chiffres :

$$471 \rightarrow 4 + 7 + 1 = 12 \quad 7\,510 \rightarrow 7 + 5 + 1 + 0 = 13 \quad 275 \rightarrow 2 + 7 + 5 = 14$$

$$3\,537 \rightarrow 3 + 5 + 3 + 7 = 18 \quad 4\,498 \rightarrow 4 + 4 + 9 + 8 = 25$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $2 + 7 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9$$

Une seule solution : 270.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 13 se termine par 3, mais $13 = 3 \times 4 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 9 est un diviseur de 99. » **Vrai.** $99 = 9 \times 11$: le reste de la division de 99 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 44 - 11 + 15 = 33 + 15 = 48$

$$B = 48 \div 8 \times 3 = 6 \times 3 = 18$$

$$C = (3 + 5) \times 5 - 13 = 8 \times 5 - 13 = 40 - 13 = 27$$

$$D = [5 + 2 \times (12 - 1)] \div 2 = [5 + 2 \times 11] \div 2 = [5 + 22] \div 2 = 27 \div 2 = 13,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(3 + 7 + 2) \times 4 = (10 + 2) \times 4 = 12 \times 4 = 48$$

$$5 \times (5 + 3) - 6 = 5 \times 8 - 6 = 40 - 6 = 34$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 42 \times 101 = 42 \times (100 + 1) = 42 \times 100 + 42 \times 1 = 4\,200 + 42 = 4\,242$$

$$F = 5 \times 70 \times 20 = 5 \times 20 \times 70 = 100 \times 70 = 7\,000$$

$$G = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 = 3,6 \times (0,25 + 0,75) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°130



CAPU0130

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $7 \times 7 = 7^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $2^3 = 8$.

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,8^2 = 0,8 \times 0,8 = 0,64$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $50^2 = 50 \times 50 = 2\ 500$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai**. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $5^2 = 10$ » **Faux**. $5^2 = 5 \times 5 = 25$. L'exposant ne multiplie pas : $5 \times 2 = 10$, c'est le double.

« $2^3 = 3^2$ » **Faux**. $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$27 = 3^3$: **cube** 63 : ni l'un ni l'autre ($7^2 = 49 < 63 < 64 = 8^2$)

$64 = 8^2 = 4^3$: **carré et cube !** $100 = 10^2$: **carré**

$121 = 11^2$: **carré** 135 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 135 < 144 = 12^2$)

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 3 \times 4^2 - 3 = 3 \times 16 - 3 = 48 - 3 = 45$

$B = (3 \times 4)^2 - 3 = 12^2 - 3 = 144 - 3 = 141$

$C = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$

$D = (3 + 5)^2 = 8^2 = 64$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 3×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

Pour $x = 5$: $x^2 + 2x = 5^2 + 2 \times 5 = 25 + 2 \times 5 = 25 + 10 = 35$

Pour $x = 0,5$: $x^2 + 2x = 0,5^2 + 2 \times 0,5 = 0,25 + 2 \times 0,5 = 0,25 + 1 = 1,25$

Exercice 7 — Correction

1. Une face est un carré de 5 petits cubes sur 5 : $5^2 = 5 \times 5 = 25$.

a) On voit 25 petits cubes sur une face.

Le grand cube compte 5 couches de 25 petits cubes : $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.

b) Il a utilisé 125 petits cubes.

Les cubes sans peinture sont ceux de l'intérieur : on retire une épaisseur de chaque côté, il reste un cube de $5 - 2 = 3$ petits cubes d'arête. $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$.

c) 27 petits cubes n'ont aucune face peinte.

Voilà pourquoi on dit « au carré » pour une surface et « au cube » pour un volume.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 1 et 31. » $\rightarrow$ encore 29 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 4, 9, 16, 25.

« Mon chiffre des unités est 6. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).