



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°131



CAPU0131

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré du double de 5.
- **B** est le double du carré de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 42 - 5 \times 7 \quad \mathbf{D} = 5 \times (11 - 10) \quad \mathbf{E} = 3^2 + 8^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

705 divisé par 8 2 076 divisé par 17

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 62 par 7 ? Justifier.

$$(a) 62 = 7 \times 8 + 6 \quad (b) 62 = 7 \times 9 - 1 \quad (c) 62 = 7 \times 7 + 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 194 pages. Nina en lit 30 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 500					
5 967					
4 666					
145					
201					

2. Dans le nombre $85\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 9 est un diviseur de 197.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°131



CAPU0131

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 26 + 4 \times 4 \quad B = 4 + 28 \div 7 \times 4$$

$$C = (4 \times 7 - 7) \div 5 \quad D = [4 + 9 \times (7 - 5)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$6 \times 3 + 5 + 7 = 55 \quad 5 + 8 + 8 \times 9 = 189$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 26 \times 18 + 26 \times 82 \quad F = 8 \times 81 \times 125 \quad G = 17 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$2 + 2 + 2 \quad 6 \times 6 \quad 5 \times 5 \times 5 \quad 0,7 \times 0,7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$10^2 \quad 2^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 0,3^2 = 0,9 \quad 4 \times 6^2 = 24^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

111 ; 124 ; 25 ; 27 ; 100 ; 68

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 8 \quad B = (4 \times 2)^2 - 8$$

$$C = 3^2 + 7^2 \quad D = (3 + 7)^2$$

2. On pose $A = 3a^2 - 5$ et $B = (3a)^2 - 5$. Calculer A et B pour $a = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 60 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 98 et 153.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°131



CAPU0131

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$

$B = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 42 - 5 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 42 et le produit de 5 par 7.

$D = 5 \times (11 - 10)$ est un **produit** : c'est le produit de 5 par la différence entre 11 et 10.

$E = 3^2 + 8^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 8.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 88 = 704 \leq 705 < 712 = 8 \times 89$: le quotient est 88, le reste $705 - 704 = 1$.

$705 = 8 \times 88 + 1$, avec $1 < 8$.

$17 \times 122 = 2\,074 \leq 2\,076 < 2\,091 = 17 \times 123$: le quotient est 122, le reste $2\,076 - 2\,074 = 2$.

$2\,076 = 17 \times 122 + 2$, avec $2 < 17$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 7 » :

(a) $62 = 7 \times 8 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 7. ✓

(b) $62 = 7 \times 9 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $62 = 7 \times 7 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 7, on pouvait encore mettre 7 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 8, reste 6.

Comme $6 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 62 par 8 : quotient 7, reste 6.

3. $194 = 30 \times 6 + 14$

En 6 soirs, elle lit 180 pages ; il lui en reste encore 14.

a) **Il lui faut $6 + 1 = 7$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 14 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
9 500	oui	non	oui	non	oui
5 967	non	oui	non	oui	non
4 666	oui	non	non	non	non
145	non	non	oui	non	non
201	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°131



CAPU0131

Sommes des chiffres :

$$9\ 500 \rightarrow 9 + 5 + 0 + 0 = 14 \quad 5\ 967 \rightarrow 5 + 9 + 6 + 7 = 27 \quad 4\ 666 \rightarrow 4 + 6 + 6 + 6 = 22$$
$$145 \rightarrow 1 + 4 + 5 = 10 \quad 201 \rightarrow 2 + 0 + 1 = 3$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $8 + 5 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 15; \square = 8 : 21$$

2 solutions : 852, 858.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 32 est pair mais $32 = 3 \times 10 + 2$.
« 9 est un diviseur de 197. » **Faux.** $197 = 9 \times 21 + 8$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 26 + 4 \times 4 = 26 + 16 = 42$

$$B = 4 + 28 \div 7 \times 4 = 4 + 4 \times 4 = 4 + 16 = 20$$

$$C = (4 \times 7 - 7) \div 5 = (28 - 7) \div 5 = 21 \div 5 = 4,2$$

$$D = [4 + 9 \times (7 - 5)] \div 5 = [4 + 9 \times 2] \div 5 = [4 + 18] \div 5 = 22 \div 5 = 4,4$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$6 \times (3 + 5) + 7 = 6 \times 8 + 7 = 48 + 7 = 55$$

$$(5 + 8 + 8) \times 9 = (13 + 8) \times 9 = 21 \times 9 = 189$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 26 \times 18 + 26 \times 82 = 26 \times (18 + 82) = 26 \times 100 = 2\ 600$$

$$F = 8 \times 81 \times 125 = 8 \times 125 \times 81 = 1\ 000 \times 81 = 81\ 000$$

$$G = 17 \times 99 = 17 \times (100 - 1) = 17 \times 100 - 17 \times 1 = 1\ 700 - 17 = 1\ 683$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $5 \times 5 \times 5 = 5^3$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$

$$2 + 2 + 2 = 3 \times 2 = 6 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 2^3 = 8.$$

2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 0,3^2 = 0,9 \text{ » Faux. } 0,3^2 = 0,3 \times 0,3 = 0,09 : \text{un dixième fois un dixième donne des centièmes.}$$

$$\text{« } 4 \times 6^2 = 24^2 \text{ » Faux. } 4 \times 6^2 = 4 \times 36 = 144, \text{ alors que } 24^2 = 576. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$68 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 68 < 81 = 9^2) \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$111 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2) \quad 124 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 124 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°131



CAPU0131

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 8 = 4 \times 4 - 8 = 16 - 8 = 8$

$$B = (4 \times 2)^2 - 8 = 8^2 - 8 = 64 - 8 = 56$$

$$C = 3^2 + 7^2 = 9 + 49 = 58$$

$$D = (3 + 7)^2 = 10^2 = 100$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 3a^2 - 5 = 3 \times 3^2 - 5 = 3 \times 9 - 5 = 27 - 5 = 22$$

$$B = (3a)^2 - 5 = (3 \times 3)^2 - 5 = 9^2 - 5 = 81 - 5 = 76$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 3a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 60 :

$$7^2 = 49 \leq 60 \text{ et } 8^2 = 64 > 60.$$

a) Elle mettra 7 dalles sur chaque côté.

$$60 - 49 = 11$$

b) Il lui restera 11 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 98 et 153. » $\rightarrow$ encore 54 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121, 144.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).