



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°132



CAPU0132

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 16 et 5 par 3.
- **B** est la différence entre 16 et le produit de 5 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 19 + 45 \div 5 \quad \mathbf{D} = (3 + 2)^3 \quad \mathbf{E} = (2 \times 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$805 \text{ divisé par } 4 \quad 467 \text{ divisé par } 13$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 461 par 15 ? Justifier.

$$(a) 461 = 15 \times 29 + 26 \quad (b) 461 = 15 \times 30 + 11 \quad (c) 461 = 15 \times 31 - 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 32 cartes entre 6 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
327					
785					
8 554					
7 620					
7 299					

2. Dans le nombre $5\square3$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 7 est un diviseur de 135.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°132



CAPU0132

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 73 - 6 \times 9 \quad B = 21 \div 7 \times 4$$

$$C = (9 \times 5 - 5) \div 4 \quad D = 2 \times [35 - (5 + 3)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 + 5 \times 2 - 9 = 5 \quad 9 - 2 + 7 - 8 = 8$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 \quad F = 18 \times 9 \quad G = 2 \times 23 \times 50$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 6 \times 6 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 4 + 4 + 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$12^2 \quad 4^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

44 ; 47 ; 121 ; 72 ; 49 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 2 \quad B = (4 \times 2)^2 - 2$$

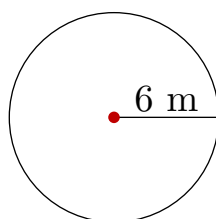
$$C = 7^2 + 5^2 \quad D = (7 + 5)^2$$

2. L'égalité $x^2 + 2 = 3x$ est-elle vraie pour $x = 3$? Pour $x = 2$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 6 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 25 et 55.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°132



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (16 - 5) \times 3 = 11 \times 3 = 33$

$B = 16 - 5 \times 3 = 16 - 15 = 1$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 19 + 45 \div 5$ est une **somme** : c'est la somme de 19 et du quotient de 45 par 5.

$D = (3 + 2)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 2.

$E = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 201 = 804 \leq 805 < 808 = 4 \times 202$: le quotient est 201, le reste $805 - 804 = 1$.

$805 = 4 \times 201 + 1$, avec $1 < 4$.

$13 \times 35 = 455 \leq 467 < 468 = 13 \times 36$: le quotient est 35, le reste $467 - 455 = 12$.

$467 = 13 \times 35 + 12$, avec $12 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $461 = 15 \times 29 + 26$: le « reste » 26 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(b) $461 = 15 \times 30 + 11$: le reste 11 est bien inférieur à 15. ✓

(c) $461 = 15 \times 31 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 30, reste 11.

Comme $11 < 30$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 461 par 30 : quotient 15, reste 11.

3. $32 = 6 \times 5 + 2$, avec $2 < 6$

a) Chaque joueur reçoit 5 cartes.

b) La pioche contient 2 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 6 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
327	non	oui	non	non	non
785	non	non	oui	non	non
8 554	oui	non	non	non	non
7 620	oui	oui	oui	non	oui
7 299	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°132



CAPU0132

Sommes des chiffres :

$$327 \rightarrow 3 + 2 + 7 = 12 \quad 785 \rightarrow 7 + 8 + 5 = 20 \quad 8\,554 \rightarrow 8 + 5 + 5 + 4 = 22$$
$$7\,620 \rightarrow 7 + 6 + 2 + 0 = 15 \quad 7\,299 \rightarrow 7 + 2 + 9 + 9 = 27$$

2. Somme des chiffres : $5 + \square + 3 = 8 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 1 : 9$$

Une seule solution : 513.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 24 est divisible par 3 ($24 = 3 \times 8$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 6, n'est pas dans la table de 9).

« 7 est un diviseur de 135. » **Faux.** $135 = 7 \times 19 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 73 - 6 \times 9 = 73 - 54 = 19$

$$B = 21 \div 7 \times 4 = 3 \times 4 = 12$$

$$C = (9 \times 5 - 5) \div 4 = (45 - 5) \div 4 = 40 \div 4 = 10$$

$$D = 2 \times [35 - (5 + 3)] = 2 \times [35 - 8] = 2 \times 27 = 54$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 + 5) \times 2 - 9 = 7 \times 2 - 9 = 14 - 9 = 5$$

$$9 - (2 + 7 - 8) = 9 - (9 - 8) = 9 - 1 = 8$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 3,6 \times 1,3 + 3,6 \times 8,7 = 3,6 \times (1,3 + 8,7) = 3,6 \times 10 = 36$$

$$F = 18 \times 9 = 18 \times (10 - 1) = 18 \times 10 - 18 \times 1 = 180 - 18 = 162$$

$$G = 2 \times 23 \times 50 = 2 \times 50 \times 23 = 100 \times 23 = 2\,300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $6 \times 6 = 6^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $12^2 = 12 \times 12 = 144$ $4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $(1 + 3)^2 = 1^2 + 3^2$ » **Faux.** $(1 + 3)^2 = 4^2 = 16$, alors que $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$44 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 44 < 49 = 7^2) \quad 47 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 72 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 72 < 81 = 9^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 2 = 4 \times 4 - 2 = 16 - 2 = 14$

$$B = (4 \times 2)^2 - 2 = 8^2 - 2 = 64 - 2 = 62$$

$$C = 7^2 + 5^2 = 49 + 25 = 74$$

$$D = (7 + 5)^2 = 12^2 = 144$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } x = 3 : x^2 + 2 = 3^2 + 2 = 9 + 2 = 11 \text{ et } 3x = 3 \times 3 = 9.$$

11 $\neq$ 9 : l'égalité est fausse pour $x = 3$.

$$\text{Pour } x = 2 : x^2 + 2 = 2^2 + 2 = 4 + 2 = 6 \text{ et } 3x = 3 \times 2 = 6.$$

6 = 6 : l'égalité est vraie pour $x = 2$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $x = 1$, et seulement pour 2 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 6^2 = \pi \times 36 = 36\pi$

a) L'aire exacte est $36\pi \text{ m}^2$.

$$36 \times 3,14 = 113,04$$

b) L'aire vaut environ 113 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 6^2$, et non $(\pi \times 6)^2$. On élève 6 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 25 et 55. » $\rightarrow$ encore 29 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 49.

Le nombre mystère est 49 ($49 = 7^2$).