



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°133



CAPU0133

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la différence entre 26 et le produit de 5 par 4.
- **B** est le produit de la différence entre 26 et 5 par 4.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 9^2 + 7^2 \quad D = 4 \times (8 - 3) \quad E = 6^2 - 1$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

516 divisé par 9 1 042 divisé par 21

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 123 par 10 ? Justifier.

$$(a) 123 = 10 \times 11 + 13 \quad (b) 123 = 10 \times 12 + 3 \quad (c) 123 = 10 \times 13 - 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes lundi.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 198 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 198 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 320					
411					
385					
7 736					
3 663					

2. Dans le nombre $4\square5$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 6 est un diviseur de 174.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°133



CAPU0133

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 72 - 6 \times 8 \quad B = 15 \div 3 \times 4$$

$$C = (7 + 7) \times 4 - 8 \quad D = 3 \times [31 - (8 + 7)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 2 - 3 + 3 = 2 \quad 4 - 2 + 6 - 8 = 4$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 13 + 7,8 + 87 \quad F = 41 \times 9 \quad G = 23 \times 37 + 23 \times 63$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 9 \times 9 \quad 0,4 \times 0,4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 3^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$(1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2 \quad 1^3 = 1 \quad 2^3 = 3^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

16 ; 8 ; 20 ; 64 ; 81 ; 76

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 2^2 - 7 \quad B = (5 \times 2)^2 - 7$$

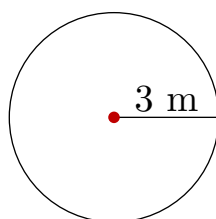
$$C = 4^2 + 7^2 \quad D = (4 + 7)^2$$

2. On pose $A = 5x^2 - 8$ et $B = (5x)^2 - 8$. Calculer A et B pour $x = 3$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 3 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 139 et 177.
Je suis divisible par 2.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divi-



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°133



CAPU0133

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 26 - 5 \times 4 = 26 - 20 = 6$

$B = (26 - 5) \times 4 = 21 \times 4 = 84$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9^2 + 7^2$ est une **somme** : c'est la somme des carrés de 9 et de 7.

$D = 4 \times (8 - 3)$ est un **produit** : c'est le produit de 4 par la différence entre 8 et 3.

$E = 6^2 - 1$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 6 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $9 \times 57 = 513 \leq 516 < 522 = 9 \times 58$: le quotient est 57, le reste $516 - 513 = 3$.

$516 = 9 \times 57 + 3$, avec $3 < 9$.

$21 \times 49 = 1\,029 \leq 1\,042 < 1\,050 = 21 \times 50$: le quotient est 49, le reste $1\,042 - 1\,029 = 13$.

$1\,042 = 21 \times 49 + 13$, avec $13 < 21$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $123 = 10 \times 11 + 13$: le « reste » 13 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(b) $123 = 10 \times 12 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 10. ✓

(c) $123 = 10 \times 13 - 7$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 12, reste 3.

Comme $3 < 12$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 123 par 12 : quotient 10, reste 3.

3. $198 = 7 \times 28 + 2$

a) 198 jours font 28 semaines complètes et 2 jours.

Après 28 semaines complètes, on est de nouveau lundi. Il reste à avancer de 2 jours : lundi → mardi → mercredi.

b) Dans 198 jours, nous serons mercredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
8 320	oui	non	oui	non	oui
411	non	oui	non	non	non
385	non	non	oui	non	non
7 736	oui	non	non	non	non
3 663	non	oui	non	oui	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°133



Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 8\ 320 &\rightarrow 8 + 3 + 2 + 0 = 13 & 411 &\rightarrow 4 + 1 + 1 = 6 & 385 &\rightarrow 3 + 8 + 5 = 16 \\ 7\ 736 &\rightarrow 7 + 7 + 3 + 6 = 23 & 3\ 663 &\rightarrow 3 + 6 + 6 + 3 = 18 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 5 = 9 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 3 : 12 ; \square = 6 : 15 ; \square = 9 : 18$$

4 solutions : 405, 435, 465, 495.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 57 est divisible par 3 ($57 = 3 \times 19$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 6 est un diviseur de 174. » **Vrai.** $174 = 6 \times 29$: le reste de la division de 174 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 72 - 6 \times 8 = 72 - 48 = 24$

$$B = 15 \div 3 \times 4 = 5 \times 4 = 20$$

$$C = (7 + 7) \times 4 - 8 = 14 \times 4 - 8 = 56 - 8 = 48$$

$$D = 3 \times [31 - (8 + 7)] = 3 \times [31 - 15] = 3 \times 16 = 48$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times 2 - (3 + 3) = 4 \times 2 - 6 = 8 - 6 = 2$$

$$4 - (2 + 6 - 8) = 4 - (8 - 8) = 4 - 0 = 4$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 13 + 7,8 + 87 = 13 + 87 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$F = 41 \times 9 = 41 \times (10 - 1) = 41 \times 10 - 41 \times 1 = 410 - 41 = 369$$

$$G = 23 \times 37 + 23 \times 63 = 23 \times (37 + 63) = 23 \times 100 = 2\ 300$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $9 \times 9 = 9^2$ $0,4 \times 0,4 = 0,4^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $(1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2$ » **Faux.** $(1 + 4)^2 = 5^2 = 25$, alors que $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } 2^3 = 3^2 \text{ » Faux. } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ et } 3^2 = 3 \times 3 = 9.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 16 = 4^2 : \text{carré}$$

$$20 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 20 < 25 = 5^2) \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!}$$

$$76 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 76 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°133



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 2^2 - 7 = 5 \times 4 - 7 = 20 - 7 = 13$

$$B = (5 \times 2)^2 - 7 = 10^2 - 7 = 100 - 7 = 93$$

$$C = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$$

$$D = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×2 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace x par 3 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5x^2 - 8 = 5 \times 3^2 - 8 = 5 \times 9 - 8 = 45 - 8 = 37$$

$$B = (5x)^2 - 8 = (5 \times 3)^2 - 8 = 15^2 - 8 = 225 - 8 = 217$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 5x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 3^2 = \pi \times 9 = 9\pi$

a) L'aire exacte est $9\pi \text{ m}^2$.

$$9 \times 3,14 = 28,26$$

b) L'aire vaut environ 28 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 3^2$, et non $(\pi \times 3)^2$. On élève 3 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 139 et 177. » $\rightarrow$ encore 37 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 169.

Le nombre mystère est 169 ($169 = 13^2$).