



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°134



CAPU0134

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la différence entre 30 et 6 par 3.
- **B** est la différence entre 30 et le produit de 6 par 3.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 11 + 36 \div 6 \quad D = 33 - 2 \times 7 \quad E = 2 \times 9^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$366 \text{ divisé par } 8 \quad 876 \text{ divisé par } 22$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 474 par 14 ? Justifier.

$$(a) 474 = 14 \times 33 + 12 \quad (b) 474 = 14 \times 32 + 26 \quad (c) 474 = 14 \times 34 - 2$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes vendredi.

- Combien de semaines complètes y a-t-il dans 198 jours ?
- Quel jour de la semaine serons-nous dans 198 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 632					
985					
777					
7 083					
1 460					

2. Dans le nombre $28\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 140 est un multiple de 8.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°134



CAPU0134

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 22 + 3 \times 6 \quad B = 20 + 40 \div 5 \times 4$$

$$C = (9 \times 6 - 9) \div 2 \quad D = 2 \times [37 - (4 + 8)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 3 + 9 \times 9 = 168 \quad 5 \times 9 + 4 + 4 = 69$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 36 \times 62 - 36 \times 52 \quad F = 40 + 0,75 + 60 \quad G = 26 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$8 + 8 + 8 \quad 4 \times 4 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 6 \times 6 \times 6$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$7^2 = 14 \quad 2^3 = 6 \quad 10^3 = 1\,000$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

146 ; 22 ; 121 ; 49 ; 145 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 2^2 - 4 \quad B = (4 \times 2)^2 - 4$$

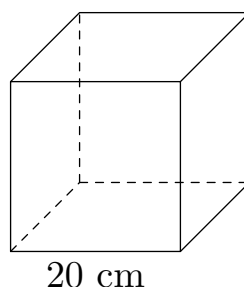
$$C = 2^2 + 6^2 \quad D = (2 + 6)^2$$

2. On pose $A = 5a^2 - 8$ et $B = (5a)^2 - 8$. Calculer A et B pour $a = 5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 43 et 71.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°134



CAPU0134

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (30 - 6) \times 3 = 24 \times 3 = 72$

$B = 30 - 6 \times 3 = 30 - 18 = 12$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 11 + 36 \div 6$ est une **somme** : c'est la somme de 11 et du quotient de 36 par 6.

$D = 33 - 2 \times 7$ est une **différence** : c'est la différence entre 33 et le produit de 2 par 7.

$E = 2 \times 9^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 9.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $8 \times 45 = 360 \leq 366 < 368 = 8 \times 46$: le quotient est 45, le reste $366 - 360 = 6$.

$366 = 8 \times 45 + 6$, avec $6 < 8$.

$22 \times 39 = 858 \leq 876 < 880 = 22 \times 40$: le quotient est 39, le reste $876 - 858 = 18$.

$876 = 22 \times 39 + 18$, avec $18 < 22$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $474 = 14 \times 33 + 12$: le reste 12 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $474 = 14 \times 32 + 26$: le « reste » 26 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $474 = 14 \times 34 - 2$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 33, reste 12.

Comme $12 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 474 par 33 : quotient 14, reste 12.

3. $198 = 7 \times 28 + 2$

a) 198 jours font 28 semaines complètes et 2 jours.

Après 28 semaines complètes, on est de nouveau vendredi. Il reste à avancer de 2 jours : vendredi → samedi → dimanche.

b) Dans 198 jours, nous serons dimanche.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
5 632	oui	non	non	non	non
985	non	non	oui	non	non
777	non	oui	non	non	non
7 083	non	oui	non	oui	non
1 460	oui	non	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°134



CAPU0134

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 5\,632 &\rightarrow 5 + 6 + 3 + 2 = 16 & 985 &\rightarrow 9 + 8 + 5 = 22 & 777 &\rightarrow 7 + 7 + 7 = 21 \\ 7\,083 &\rightarrow 7 + 0 + 8 + 3 = 18 & 1\,460 &\rightarrow 1 + 4 + 6 + 0 = 11 \end{aligned}$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $2 + 8 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 285.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 21 est divisible par 3 ($21 = 3 \times 7$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 3, n'est pas dans la table de 9).

« 140 est un multiple de 8. » **Faux.** $140 = 8 \times 17 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 22 + 3 \times 6 = 22 + 18 = 40$

$$B = 20 + 40 \div 5 \times 4 = 20 + 8 \times 4 = 20 + 32 = 52$$

$$C = (9 \times 6 - 9) \div 2 = (54 - 9) \div 2 = 45 \div 2 = 22,5$$

$$D = 2 \times [37 - (4 + 8)] = 2 \times [37 - 12] = 2 \times 25 = 50$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$2 \times (3 + 9 \times 9) = 2 \times (3 + 81) = 2 \times 84 = 168$$

$$5 \times (9 + 4) + 4 = 5 \times 13 + 4 = 65 + 4 = 69$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 36 \times 62 - 36 \times 52 = 36 \times (62 - 52) = 36 \times 10 = 360$$

$$F = 40 + 0,75 + 60 = 40 + 60 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 26 \times 99 = 26 \times (100 - 1) = 26 \times 100 - 26 \times 1 = 2\,600 - 26 = 2\,574$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 = 4^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $6 \times 6 \times 6 = 6^3$

$$8 + 8 + 8 = 3 \times 8 = 24 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 8^3 = 512.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\,600$

3. « $7^2 = 14$ » **Faux.** $7^2 = 7 \times 7 = 49$. L'exposant ne multiplie pas : $7 \times 2 = 14$, c'est le double.

« $2^3 = 6$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$, et non 3×2 .

« $10^3 = 1\,000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$: un 1 suivi de trois zéros.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$22 : \text{ni l'un ni l'autre } (4^2 = 16 < 22 < 25 = 5^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 145 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 145 < 169 = 13^2)$$

$$146 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 146 < 169 = 13^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°134



CAPU0134

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 2^2 - 4 = 4 \times 4 - 4 = 16 - 4 = 12$

$$B = (4 \times 2)^2 - 4 = 8^2 - 4 = 64 - 4 = 60$$

$$C = 2^2 + 6^2 = 4 + 36 = 40$$

$$D = (2 + 6)^2 = 8^2 = 64$$

$A \neq B$: dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×2 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace a par 5 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 5a^2 - 8 = 5 \times 5^2 - 8 = 5 \times 25 - 8 = 125 - 8 = 117$$

$$B = (5a)^2 - 8 = (5 \times 5)^2 - 8 = 25^2 - 8 = 625 - 8 = 617$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 5a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de 8 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$8\,000 \div 1\,000 = 8$$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 43 et 71. » $\rightarrow$ encore 27 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).