



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°135



CAPU0135

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le double du carré de 5.
- **B** est le carré du double de 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 6 \times (16 - 11) \quad \mathbf{D} = 3 + 36 \div 6 \quad \mathbf{E} = (2 + 3)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

358 divisé par 3 626 divisé par 27

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 246 par 10 ? Justifier.

$$(a) 246 = 10 \times 24 + 6 \quad (b) 246 = 10 \times 23 + 16 \quad (c) 246 = 10 \times 25 - 4$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un collègue emmène 77 élèves en sortie dans des minibus de 9 places.

- Combien de minibus faut-il réserver ?
- Combien de places restent libres ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 226					
4 560					
5 337					
561					
605					

2. Dans le nombre $67\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 78 est un multiple de 6.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°135



CAPU0135

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 76 - 6 \times 3 \quad B = 15 \div 5 \times 4$$

$$C = 98 - 5 \times (15 - 7) \quad D = 3 \times [35 - (4 + 6)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$5 + 3 \times 4 - 9 = 23 \quad 4 \times 5 + 5 + 4 = 56$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 8 \times 21 \times 125 \quad F = 29 \times 65 + 29 \times 35 \quad G = 46 \times 9$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 \times 4 \times 4 \quad 8 \times 8 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 5 + 5 + 5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 1^3 = 1 \quad 8^2 = 16$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

115 ; 49 ; 126 ; 135 ; 100 ; 1 000

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 5 \quad B = (2 \times 5)^2 - 5$$

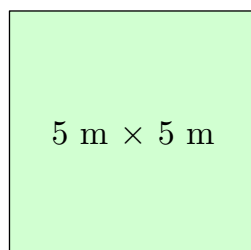
$$C = 2^2 + 5^2 \quad D = (2 + 5)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 3 = 4n$ est-elle vraie pour $n = 1$? Pour $n = 8$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 5 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 50 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 187 et 243.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°135



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 2 \times 5^2 = 2 \times 25 = 50$

$$B = (2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 6 \times (16 - 11)$ est un **produit** : c'est le produit de 6 par la différence entre 16 et 11.

$D = 3 + 36 \div 6$ est une **somme** : c'est la somme de 3 et du quotient de 36 par 6.

$E = (2 + 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré de la somme de 2 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 119 = 357 \leq 358 < 360 = 3 \times 120$: le quotient est 119, le reste $358 - 357 = 1$.

$$358 = 3 \times 119 + 1, \text{ avec } 1 < 3.$$

$27 \times 23 = 621 \leq 626 < 648 = 27 \times 24$: le quotient est 23, le reste $626 - 621 = 5$.

$$626 = 27 \times 23 + 5, \text{ avec } 5 < 27.$$

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $246 = 10 \times 24 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 10. ✓

(b) $246 = 10 \times 23 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(c) $246 = 10 \times 25 - 4$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 24, reste 6.

Comme $6 < 24$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 246 par 24 : quotient 10, reste 6.

3. $77 = 9 \times 8 + 5$

8 minibus pleins transportent 72 élèves ; il en reste 5 à placer, qu'on ne peut pas laisser au collège.

a) Il faut réserver $8 + 1 = 9$ minibus.

b) Dans le dernier minibus, $9 - 5 = 4$ places restent libres.

Ici le quotient ne suffit pas : **le reste compte pour un minibus de plus**. Il faut toujours revenir à la question.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°135



CAPU0135

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 226	oui	non	non	non	non
4 560	oui	oui	oui	non	oui
5 337	non	oui	non	oui	non
561	non	oui	non	non	non
605	non	non	oui	non	non

Sommes des chiffres :

$$3\ 226 \rightarrow 3 + 2 + 2 + 6 = 13 \quad 4\ 560 \rightarrow 4 + 5 + 6 + 0 = 15 \quad 5\ 337 \rightarrow 5 + 3 + 3 + 7 = 18$$

$$561 \rightarrow 5 + 6 + 1 = 12 \quad 605 \rightarrow 6 + 0 + 5 = 11$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $6 + 7 + \square = 13 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 675.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai**. Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 882, somme des chiffres 18.

« 78 est un multiple de 6. » **Vrai**. $78 = 6 \times 13$: le reste de la division de 78 par 6 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 76 - 6 \times 3 = 76 - 18 = 58$

$$B = 15 \div 5 \times 4 = 3 \times 4 = 12$$

$$C = 98 - 5 \times (15 - 7) = 98 - 5 \times 8 = 98 - 40 = 58$$

$$D = 3 \times [35 - (4 + 6)] = 3 \times [35 - 10] = 3 \times 25 = 75$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(5 + 3) \times 4 - 9 = 8 \times 4 - 9 = 32 - 9 = 23$$

$$4 \times (5 + 5 + 4) = 4 \times (10 + 4) = 4 \times 14 = 56$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 8 \times 21 \times 125 = 8 \times 125 \times 21 = 1\ 000 \times 21 = 21\ 000$$

$$F = 29 \times 65 + 29 \times 35 = 29 \times (65 + 35) = 29 \times 100 = 2\ 900$$

$$G = 46 \times 9 = 46 \times (10 - 1) = 46 \times 10 - 46 \times 1 = 460 - 46 = 414$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°135



CAPU0135

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $4 \times 4 \times 4 = 4^3$ $8 \times 8 = 8^2$ $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$

$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15$: c'est une somme, pas un produit. Ce n'est **pas** $5^3 = 125$.

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$ $20^2 = 20 \times 20 = 400$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux**. Contre-exemple : $1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$, qui n'est le carré d'aucun entier ($4^2 = 16$ et $5^2 = 25$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

« $1^3 = 1$ » **Vrai**. $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« $8^2 = 16$ » **Faux**. $8^2 = 8 \times 8 = 64$. L'exposant ne multiplie pas : $8 \times 2 = 16$, c'est le double.

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$49 = 7^2$: **carré** $100 = 10^2$: **carré**

115 : ni l'un ni l'autre ($10^2 = 100 < 115 < 121 = 11^2$) 126 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 126 < 144 = 12^2$)

135 : ni l'un ni l'autre ($11^2 = 121 < 135 < 144 = 12^2$) $1\ 000 = 10^3$: **cube**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 5^2 - 5 = 2 \times 25 - 5 = 50 - 5 = 45$

$B = (2 \times 5)^2 - 5 = 10^2 - 5 = 100 - 5 = 95$

$C = 2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$

$D = (2 + 5)^2 = 7^2 = 49$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 1$: $n^2 + 3 = 1^2 + 3 = 1 + 3 = 4$ et $4n = 4 \times 1 = 4$.

4 = 4 : l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Pour $n = 8$: $n^2 + 3 = 8^2 + 3 = 64 + 3 = 67$ et $4n = 4 \times 8 = 32$.

67 $\neq$ 32 : l'égalité est fausse pour $n = 8$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 3$, et seulement pour 1 et 3.)

Exercice 7 — Correction

1. $1\text{ m} = 100\text{ cm}$ et $100 \div 50 = 2$: il y a 2 carreaux par mètre.

$5 \times 2 = 10$

a) Il faut 10 carreaux le long d'un côté.

10 rangées de 10 carreaux : $10^2 = 10 \times 10 = 100$

b) Il faut 100 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 187 et 243. » $\rightarrow$ encore 55 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 196, 225.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°135



« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 225.

Le nombre mystère est 225 ($225 = 15^2$).