



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°136



CAPU0136

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 10 et 40 par 5.
- **B** est la somme de 10 et du quotient de 40 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 14 + 42 \div 6 \quad \mathbf{D} = 2 \times 6^2 \quad \mathbf{E} = (3 + 1)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$958 \text{ divisé par } 3 \quad 427 \text{ divisé par } 19$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 117 par 6 ? Justifier.

$$(a) 117 = 6 \times 19 + 3 \quad (b) 117 = 6 \times 18 + 9 \quad (c) 117 = 6 \times 20 - 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 105 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 960					
537					
425					
1 161					
5 324					

2. Dans le nombre $8\square 2$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0.
- 88 est un multiple de 7.



Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 27 - 5 + 8 \quad B = 56 \div 7 \times 3$$

$$C = (3 \times 9 - 9) \div 5 \quad D = 2,1 + 2 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$9 + 5 - 5 + 8 = 1 \quad 7 + 9 + 9 \times 2 = 50$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 35 \times 99 \quad F = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 \quad G = 2 \times 80 \times 5$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 7 + 7 + 7 \quad 6 \times 6 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$\text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 1^3 = 1 \quad (1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

121 ; 35 ; 8 ; 144 ; 41 ; 50

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 6 \quad B = (4 \times 5)^2 - 6$$

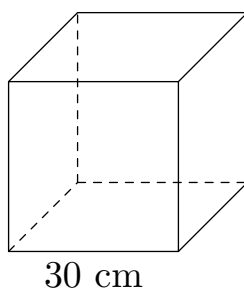
$$C = 3^2 + 6^2 \quad D = (3 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression $x^2 - 2x + 16$ pour $x = 5$, puis pour $x = 10$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 30 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 239 et 291.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°136



CAPU0136

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (10 + 40) \div 5 = 50 \div 5 = 10$

$B = 10 + 40 \div 5 = 10 + 8 = 18$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 14 + 42 \div 6$ est une **somme** : c'est la somme de 14 et du quotient de 42 par 6.

$D = 2 \times 6^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 6.

$E = (3 + 1)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 3 et 1.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 319 = 957 \leq 958 < 960 = 3 \times 320$: le quotient est 319, le reste $958 - 957 = 1$.

$958 = 3 \times 319 + 1$, avec $1 < 3$.

$19 \times 22 = 418 \leq 427 < 437 = 19 \times 23$: le quotient est 22, le reste $427 - 418 = 9$.

$427 = 19 \times 22 + 9$, avec $9 < 19$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 6 » :

(a) $117 = 6 \times 19 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 6. ✓

(b) $117 = 6 \times 18 + 9$: le « reste » 9 est plus grand que 6, on pouvait encore mettre 6 une fois de plus.

(c) $117 = 6 \times 20 - 3$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 19, reste 3.

Comme $3 < 19$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 117 par 19 : quotient 6, reste 3.

3. $105 = 12 \times 8 + 9$, avec $9 < 12$

a) Elle remplit 8 boîtes pleines.

b) Il reste 9 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 960	oui	non	oui	non	oui
537	non	oui	non	non	non
425	non	non	oui	non	non
1 161	non	oui	non	oui	non
5 324	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°136



CAPU0136

Sommes des chiffres :

$$1\ 960 \rightarrow 1 + 9 + 6 + 0 = 16 \quad 537 \rightarrow 5 + 3 + 7 = 15 \quad 425 \rightarrow 4 + 2 + 5 = 11$$

$$1\ 161 \rightarrow 1 + 1 + 6 + 1 = 9 \quad 5\ 324 \rightarrow 5 + 3 + 2 + 4 = 14$$

2. Somme des chiffres : $8 + \square + 2 = 10 + \square$. Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 12; \square = 5 : 15; \square = 8 : 18$$

3 solutions : 822, 852, 882.

3. « Un nombre divisible à la fois par 2 et par 5 se termine par 0. » **Vrai.** Divisible par 5 : il se termine par 0 ou 5. Divisible par 2 : son dernier chiffre est pair. Le seul chiffre qui convient aux deux est 0.

« 88 est un multiple de 7. » **Faux.** $88 = 7 \times 12 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 27 - 5 + 8 = 22 + 8 = 30$

$$B = 56 \div 7 \times 3 = 8 \times 3 = 24$$

$$C = (3 \times 9 - 9) \div 5 = (27 - 9) \div 5 = 18 \div 5 = 3,6$$

$$D = 2,1 + 2 \times 1,5 = 2,1 + 3 = 5,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$9 + 5 - (5 + 8) = 9 + 5 - 13 = 14 - 13 = 1$$

$$(7 + 9 + 9) \times 2 = (16 + 9) \times 2 = 25 \times 2 = 50$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 35 \times 99 = 35 \times (100 - 1) = 35 \times 100 - 35 \times 1 = 3\ 500 - 35 = 3\ 465$$

$$F = 4,5 \times 0,8 + 4,5 \times 0,2 = 4,5 \times (0,8 + 0,2) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$G = 2 \times 80 \times 5 = 2 \times 5 \times 80 = 10 \times 80 = 800$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $6 \times 6 = 6^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$ $0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

$$\text{« } (1 + 4)^2 = 1^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (1 + 4)^2 = 5^2 = 25, \text{ alors que } 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 35 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 35 < 36 = 6^2)$$

$$41 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 41 < 49 = 7^2) \quad 50 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 50 < 64 = 8^2)$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 144 = 12^2 : \text{carré}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°136



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 6 = 4 \times 25 - 6 = 100 - 6 = 94$

$$B = (4 \times 5)^2 - 6 = 20^2 - 6 = 400 - 6 = 394$$

$$C = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$$

$$D = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } x = 5 : x^2 - 2x + 16 = 5^2 - 2 \times 5 + 16 = 25 - 2 \times 5 + 16 = 25 - 10 + 16 = 15 + 16 = 31$$

$$\text{Pour } x = 10 : x^2 - 2x + 16 = 10^2 - 2 \times 10 + 16 = 100 - 2 \times 10 + 16 = 100 - 20 + 16 = 80 + 16 = 96$$

Exercice 7 — Correction

1. $V = 30^3 = 30 \times 30 \times 30 = 27\,000$

a) Le volume est de 27 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$$27\,000 \div 1\,000 = 27$$

b) L'aquarium contient 27 litres.

Autre façon de voir : 30 cm, c'est 3 fois 10 cm ; on range $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 239 et 291. » $\rightarrow$ encore 51 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 256, 289.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 256.

Le nombre mystère est 256 ($256 = 16^2$).