



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°137



CAPU0137

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 4 et 8 par 7.
- **B** est la somme de 4 et du produit de 8 par 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 3)^2 \quad D = 17 - 6 \times 2 \quad E = (2 + 3)^3$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

459 divisé par 4 2 307 divisé par 18

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 342 par 12 ? Justifier.

$$(a) 342 = 12 \times 27 + 18 \quad (b) 342 = 12 \times 28 + 6 \quad (c) 342 = 12 \times 29 - 6$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Un roman compte 107 pages. Nina en lit 18 chaque soir.

- Combien de soirs lui faut-il pour finir le livre ?
- Combien de pages lira-t-elle le dernier soir ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
861					
385					
2 619					
8 270					
7 216					

2. Dans le nombre $27\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 8 est un diviseur de 172.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°137



CAPU0137

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 14 + 9 \times 2 \quad B = 7 + 8 \div 4 \times 2$$

$$C = 69 - 2 \times (17 - 4) \quad D = [8 + 6 \times (8 - 2)] \div 2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 \times 8 - 6 - 7 = 7 \quad 3 + 6 \times 3 + 3 = 39$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 31 \times 11 \quad F = 8 \times 51 \times 125 \quad G = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$3 \times 3 \quad 6 \times 6 \times 6 \quad 5 + 5 + 5 \quad 2,5 \times 2,5$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 3^3 \quad 0,5^2 \quad 10^3 \quad 50^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 4^3 = 12$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

44 ; 49 ; 121 ; 8 ; 47 ; 39

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 5^2 - 8 \quad B = (2 \times 5)^2 - 8$$

$$C = 5^2 + 7^2 \quad D = (5 + 7)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 2 = 3n$ est-elle vraie pour $n = 8$? Pour $n = 1$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Mia dispose de 158 dalles carrées identiques. Elle veut assembler, sans les couper, le plus grand carré plein possible.

a) Combien de dalles mettra-t-elle sur chaque côté ?

b) Combien de dalles lui resteront ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 44 et 105.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 9.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 8) \times 7 = 12 \times 7 = 84$

$B = 4 + 8 \times 7 = 4 + 56 = 60$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (2 \times 3)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 3.

$D = 17 - 6 \times 2$ est une **différence** : c'est la différence entre 17 et le produit de 6 par 2.

$E = (2 + 3)^3$ est un **cube** : c'est le cube de la somme de 2 et 3.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $4 \times 114 = 456 \leq 459 < 460 = 4 \times 115$: le quotient est 114, le reste $459 - 456 = 3$.

$459 = 4 \times 114 + 3$, avec $3 < 4$.

$18 \times 128 = 2\,304 \leq 2\,307 < 2\,322 = 18 \times 129$: le quotient est 128, le reste $2\,307 - 2\,304 = 3$.

$2\,307 = 18 \times 128 + 3$, avec $3 < 18$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 12 » :

(a) $342 = 12 \times 27 + 18$: le « reste » 18 est plus grand que 12, on pouvait encore mettre 12 une fois de plus.

(b) $342 = 12 \times 28 + 6$: le reste 6 est bien inférieur à 12. ✓

(c) $342 = 12 \times 29 - 6$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (b) : quotient 28, reste 6.

Comme $6 < 28$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 342 par 28 : quotient 12, reste 6.

3. $107 = 18 \times 5 + 17$

En 5 soirs, elle lit 90 pages ; il lui en reste encore 17.

a) **Il lui faut $5 + 1 = 6$ soirs.**

b) **Le dernier soir, elle lit 17 pages.**

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
861	non	oui	non	non	non
385	non	non	oui	non	non
2 619	non	oui	non	oui	non
8 270	oui	non	oui	non	oui
7 216	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°137



CAPU0137

Sommes des chiffres :

$$861 \rightarrow 8 + 6 + 1 = 15 \quad 385 \rightarrow 3 + 8 + 5 = 16 \quad 2\,619 \rightarrow 2 + 6 + 1 + 9 = 18$$

$$8\,270 \rightarrow 8 + 2 + 7 + 0 = 17 \quad 7\,216 \rightarrow 7 + 2 + 1 + 6 = 16$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $2 + 7 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9; \square = 6 : 15$$

2 solutions : 270, 276.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 8 est un diviseur de 172. » **Faux.** $172 = 8 \times 21 + 4$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 14 + 9 \times 2 = 14 + 18 = 32$

$$B = 7 + 8 \div 4 \times 2 = 7 + 2 \times 2 = 7 + 4 = 11$$

$$C = 69 - 2 \times (17 - 4) = 69 - 2 \times 13 = 69 - 26 = 43$$

$$D = [8 + 6 \times (8 - 2)] \div 2 = [8 + 6 \times 6] \div 2 = [8 + 36] \div 2 = 44 \div 2 = 22$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 \times (8 - 6) - 7 = 7 \times 2 - 7 = 14 - 7 = 7$$

$$3 + 6 \times (3 + 3) = 3 + 6 \times 6 = 3 + 36 = 39$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 31 \times 11 = 31 \times (10 + 1) = 31 \times 10 + 31 \times 1 = 310 + 31 = 341$$

$$F = 8 \times 51 \times 125 = 8 \times 125 \times 51 = 1\,000 \times 51 = 51\,000$$

$$G = 3,6 \times 0,25 + 3,6 \times 0,75 = 3,6 \times (0,25 + 0,75) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $3 \times 3 = 3^2 \quad 6 \times 6 \times 6 = 6^3 \quad 2,5 \times 2,5 = 2,5^2$

$$5 + 5 + 5 = 3 \times 5 = 15 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 5^3 = 125.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81 \quad 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27 \quad 0,5^2 = 0,5 \times 0,5 = 0,25$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 50^2 = 50 \times 50 = 2\,500$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $2^2 + 5^2 = 4 + 25 = 29$, qui n'est le carré d'aucun entier ($5^2 = 25$ et $6^2 = 36$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 4^3 = 12 \text{ » Faux. } 4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64, \text{ et non } 3 \times 4.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$8 = 2^3 : \text{cube} \quad 39 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 39 < 49 = 7^2)$$

$$44 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 44 < 49 = 7^2) \quad 47 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 47 < 49 = 7^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°137



CAPU0137

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 121 = 11^2 : \text{carré}$$

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

$$1. A = 2 \times 5^2 - 8 = 2 \times 25 - 8 = 50 - 8 = 42$$

$$B = (2 \times 5)^2 - 8 = 10^2 - 8 = 100 - 8 = 92$$

$$C = 5^2 + 7^2 = 25 + 49 = 74$$

$$D = (5 + 7)^2 = 12^2 = 144$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 8 : n^2 + 2 = 8^2 + 2 = 64 + 2 = 66 \text{ et } 3n = 3 \times 8 = 24.$$

$66 \neq 24$: l'égalité est fausse pour $n = 8$.

$$\text{Pour } n = 1 : n^2 + 2 = 1^2 + 2 = 1 + 2 = 3 \text{ et } 3n = 3 \times 1 = 3.$$

$3 = 3$: l'égalité est vraie pour $n = 1$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 2$, et seulement pour 1 et 2.)

Exercice 7 — Correction

1. Un carré de n dalles de côté en utilise $n \times n = n^2$. On cherche le plus grand carré qui ne dépasse pas 158 :

$$12^2 = 144 \leq 158 \text{ et } 13^2 = 169 > 158.$$

a) Elle mettra 12 dalles sur chaque côté.

$$158 - 144 = 14$$

b) Il lui restera 14 dalles.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 44 et 105. » $\rightarrow$ encore 60 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 49, 64, 81, 100.

« Je suis divisible par 9. » $\rightarrow$ reste : 81.

Le nombre mystère est 81 ($81 = 9^2$).