



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°138



CAPU0138

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le carré de la somme de 4 et 7.
- **B** est la somme des carrés de 4 et de 7.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 5^2 - 23 \quad \mathbf{D} = 15 + 9 \times 3 \quad \mathbf{E} = (12 + 7) \times 5$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$714 \text{ divisé par } 5 \quad 846 \text{ divisé par } 24$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 339 par 10 ? Justifier.

$$(a) 339 = 10 \times 34 - 1 \quad (b) 339 = 10 \times 32 + 19 \quad (c) 339 = 10 \times 33 + 9$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 821					
595					
2 518					
141					
2 190					

2. Dans le nombre $4\square 9$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3.
- 7 est un diviseur de 149.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°138



CAPU0138

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 69 - 6 \times 3 \quad B = 72 \div 8 \times 4$$

$$C = 90 - 3 \times (11 - 9) \quad D = 9,9 + 6 \times 1,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 + 9 \times 4 - 3 = 16 \quad 4 \times 8 \times 3 + 9 = 132$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 19 \times 101 \quad F = 23 + 0,75 + 77 \quad G = 37 \times 46 + 37 \times 54$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$9 + 9 + 9 \quad 2 \times 2 \times 2 \quad 1,5 \times 1,5 \quad 8 \times 8$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$11^2 \quad 5^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0^2 = 0 \quad 3^3 = 9 \quad 8^2 = 16$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

106 ; 81 ; 82 ; 49 ; 125 ; 111

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 5^2 - 3 \quad B = (4 \times 5)^2 - 3$$

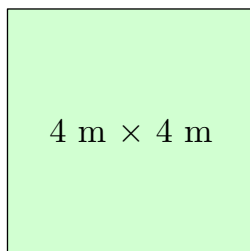
$$C = 3^2 + 2^2 \quad D = (3 + 2)^2$$

2. On pose $A = 2x^2 - 6$ et $B = (2x)^2 - 6$. Calculer A et B pour $x = 4$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 4 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 8 et 51.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.

Je ne suis pas divisible par 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°138



CAPU0138

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (4 + 7)^2 = 11^2 = 121$

$B = 4^2 + 7^2 = 16 + 49 = 65$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 5^2 - 23$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 5 et 23.

$D = 15 + 9 \times 3$ est une **somme** : c'est la somme de 15 et du produit de 9 par 3.

$E = (12 + 7) \times 5$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 12 et 7 par 5.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $5 \times 142 = 710 \leq 714 < 715 = 5 \times 143$: le quotient est 142, le reste $714 - 710 = 4$.

$714 = 5 \times 142 + 4$, avec $4 < 5$.

$24 \times 35 = 840 \leq 846 < 864 = 24 \times 36$: le quotient est 35, le reste $846 - 840 = 6$.

$846 = 24 \times 35 + 6$, avec $6 < 24$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 10 » :

(a) $339 = 10 \times 34 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $339 = 10 \times 32 + 19$: le « reste » 19 est plus grand que 10, on pouvait encore mettre 10 une fois de plus.

(c) $339 = 10 \times 33 + 9$: le reste 9 est bien inférieur à 10. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 33, reste 9.

Comme $9 < 33$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 339 par 33 : quotient 10, reste 9.

3. $52 = 8 \times 6 + 4$, avec $4 < 8$

a) Chaque joueur reçoit 6 cartes.

b) La pioche contient 4 cartes.

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 821	non	oui	non	oui	non
595	non	non	oui	non	non
2 518	oui	non	non	non	non
141	non	oui	non	non	non
2 190	oui	oui	oui	non	oui



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°138



CAPU0138

Sommes des chiffres :

$$7\ 821 \rightarrow 7 + 8 + 2 + 1 = 18 \quad 595 \rightarrow 5 + 9 + 5 = 19 \quad 2\ 518 \rightarrow 2 + 5 + 1 + 8 = 16$$
$$141 \rightarrow 1 + 4 + 1 = 6 \quad 2\ 190 \rightarrow 2 + 1 + 9 + 0 = 12$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 9 = 13 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 5 : 18$$

Une seule solution : 459.

3. « Un nombre divisible par 9 est toujours divisible par 3. » **Vrai.** Si la somme des chiffres est dans la table de 9, elle est aussi dans celle de 3, car $9 = 3 \times 3$. Exemple : 567, somme des chiffres 18.

« 7 est un diviseur de 149. » **Faux.** $149 = 7 \times 21 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 69 - 6 \times 3 = 69 - 18 = 51$

$$B = 72 \div 8 \times 4 = 9 \times 4 = 36$$

$$C = 90 - 3 \times (11 - 9) = 90 - 3 \times 2 = 90 - 6 = 84$$

$$D = 9,9 + 6 \times 1,5 = 9,9 + 9 = 18,9$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 + 9 \times (4 - 3) = 7 + 9 \times 1 = 7 + 9 = 16$$

$$4 \times (8 \times 3 + 9) = 4 \times (24 + 9) = 4 \times 33 = 132$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 19 \times 101 = 19 \times (100 + 1) = 19 \times 100 + 19 \times 1 = 1\ 900 + 19 = 1\ 919$$

$$F = 23 + 0,75 + 77 = 23 + 77 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 37 \times 46 + 37 \times 54 = 37 \times (46 + 54) = 37 \times 100 = 3\ 700$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $2 \times 2 \times 2 = 2^3$ $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $8 \times 8 = 8^2$

$$9 + 9 + 9 = 3 \times 9 = 27 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 9^3 = 729.$$

2. $11^2 = 11 \times 11 = 121$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. « $0^2 = 0$ » **Vrai.** $0 \times 0 = 0$.

$$\text{« } 3^3 = 9 \text{ » Faux. } 3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27, \text{ et non } 3 \times 3.$$

$$\text{« } 8^2 = 16 \text{ » Faux. } 8^2 = 8 \times 8 = 64. \text{ L'exposant ne multiplie pas : } 8 \times 2 = 16, \text{ c'est le double.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$82 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 82 < 100 = 10^2) \quad 106 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 106 < 121 = 11^2)$$

$$111 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 111 < 121 = 11^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°138



CAPU0138

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 5^2 - 3 = 4 \times 25 - 3 = 100 - 3 = 97$

$$B = (4 \times 5)^2 - 3 = 20^2 - 3 = 400 - 3 = 397$$

$$C = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$$

$$D = (3 + 2)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 5 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×5 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace x par 4 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2x^2 - 6 = 2 \times 4^2 - 6 = 2 \times 16 - 6 = 32 - 6 = 26$$

$$B = (2x)^2 - 6 = (2 \times 4)^2 - 6 = 8^2 - 6 = 64 - 6 = 58$$

Dans A, seul x est au carré ; dans B, c'est le produit 2x tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$4 \times 5 = 20$$

a) Il faut 20 carreaux le long d'un côté.

$$20 \text{ rangées de } 20 \text{ carreaux : } 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

b) Il faut 400 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 8 et 51. » $\rightarrow$ encore 42 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 9, 16, 25, 36, 49.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 16, 36.

« Je ne suis pas divisible par 3. » $\rightarrow$ reste : 16.

Le nombre mystère est 16 ($16 = 4^2$).