



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°139



CAPU0139

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 13 et du produit de 6 par 2.
- **B** est le produit de la somme de 13 et 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 4 + 7 \times 2 \quad \mathbf{D} = 12^2 - 48 \quad \mathbf{E} = 7 \times (16 - 10)$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

887 divisé par 3 1 342 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 127 par 14 ? Justifier.

$$(a) 127 = 14 \times 9 + 1 \quad (b) 127 = 14 \times 8 + 15 \quad (c) 127 = 14 \times 10 - 13$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 304 jours ?
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 304 jours ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 382					
4 120					
1 773					
327					
415					

2. Dans le nombre $4\square7$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 9.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9.
- 48 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°139



CAPU0139

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 37 - 9 + 9 \quad B = 16 + 10 \div 2 \times 3$$

$$C = (4 \times 3 - 1) \div 5 \quad D = 3 \times [39 - (2 + 9)]$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$4 \times 8 \times 4 - 8 = 96 \quad 3 \times 4 + 4 \times 2 = 48$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 \quad F = 20 \times 99 \quad G = 30 + 3,45 + 70$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 4 + 4 + 4 \quad 6 \times 6 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$9^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 0^2 = 0 \quad (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

14 ; 27 ; 68 ; 129 ; 81 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 4 \times 4^2 - 1 \quad B = (4 \times 4)^2 - 1$$

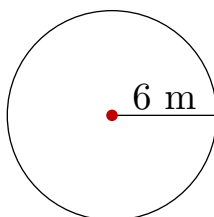
$$C = 1^2 + 4^2 \quad D = (1 + 4)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 4 = 5n$ est-elle vraie pour $n = 8$? Pour $n = 4$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 6 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 10 et 35.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 13 + 6 \times 2 = 13 + 12 = 25$

$B = (13 + 6) \times 2 = 19 \times 2 = 38$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 4 + 7 \times 2$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du produit de 7 par 2.

$D = 12^2 - 48$ est une **différence** : c'est la différence entre le carré de 12 et 48.

$E = 7 \times (16 - 10)$ est un **produit** : c'est le produit de 7 par la différence entre 16 et 10.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 295 = 885 \leq 887 < 888 = 3 \times 296$: le quotient est 295, le reste $887 - 885 = 2$.

$887 = 3 \times 295 + 2$, avec $2 < 3$.

$14 \times 95 = 1\,330 \leq 1\,342 < 1\,344 = 14 \times 96$: le quotient est 95, le reste $1\,342 - 1\,330 = 12$.

$1\,342 = 14 \times 95 + 12$, avec $12 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 14 » :

(a) $127 = 14 \times 9 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 14. ✓

(b) $127 = 14 \times 8 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 14, on pouvait encore mettre 14 une fois de plus.

(c) $127 = 14 \times 10 - 13$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

C'est l'égalité (a) : quotient 9, reste 1.

Comme $1 < 9$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 127 par 9 : quotient 14, reste 1.

3. $304 = 7 \times 43 + 3$

a) 304 jours font 43 semaines complètes et 3 jours.

Après 43 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 3 jours : dimanche → lundi → mardi → mercredi.

b) Dans 304 jours, nous serons mercredi.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
6 382	oui	non	non	non	non
4 120	oui	non	oui	non	oui
1 773	non	oui	non	oui	non
327	non	oui	non	non	non
415	non	non	oui	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°139



CAPU0139

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 6\ 382 &\rightarrow 6 + 3 + 8 + 2 = 19 & 4\ 120 &\rightarrow 4 + 1 + 2 + 0 = 7 & 1\ 773 &\rightarrow 1 + 7 + 7 + 3 = 18 \\ 327 &\rightarrow 3 + 2 + 7 = 12 & 415 &\rightarrow 4 + 1 + 5 = 10 \end{aligned}$$

2. Somme des chiffres : $4 + \square + 7 = 11 + \square$. Elle doit être dans la table de 9.

$$\square = 7 : 18$$

Une seule solution : 477.

3. « Un nombre divisible par 3 est toujours divisible par 9. » **Faux.** Contre-exemple : 48 est divisible par 3 ($48 = 3 \times 16$) mais pas par 9 (la somme de ses chiffres, 12, n'est pas dans la table de 9).

« 48 est un multiple de 3. » **Vrai.** $48 = 3 \times 16$: le reste de la division de 48 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 37 - 9 + 9 = 28 + 9 = 37$

$$B = 16 + 10 \div 2 \times 3 = 16 + 5 \times 3 = 16 + 15 = 31$$

$$C = (4 \times 3 - 1) \div 5 = (12 - 1) \div 5 = 11 \div 5 = 2,2$$

$$D = 3 \times [39 - (2 + 9)] = 3 \times [39 - 11] = 3 \times 28 = 84$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$4 \times (8 \times 4 - 8) = 4 \times (32 - 8) = 4 \times 24 = 96$$

$$3 \times (4 + 4) \times 2 = 3 \times 8 \times 2 = 24 \times 2 = 48$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 4,5 \times 0,4 + 4,5 \times 0,6 = 4,5 \times (0,4 + 0,6) = 4,5 \times 1 = 4,5$$

$$F = 20 \times 99 = 20 \times (100 - 1) = 20 \times 100 - 20 \times 1 = 2\ 000 - 20 = 1\ 980$$

$$G = 30 + 3,45 + 70 = 30 + 70 + 3,45 = 100 + 3,45 = 103,45$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $6 \times 6 = 6^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $9^2 = 9 \times 9 = 81$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 0^2 = 0 \text{ » Vrai. } 0 \times 0 = 0.$$

$$\text{« } (3 + 1)^2 = 3^2 + 1^2 \text{ » Faux. } (3 + 1)^2 = 4^2 = 16, \text{ alors que } 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$14 : \text{ni l'un ni l'autre } (3^2 = 9 < 14 < 16 = 4^2) \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$68 : \text{ni l'un ni l'autre } (8^2 = 64 < 68 < 81 = 9^2) \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$121 = 11^2 : \text{carré} \quad 129 : \text{ni l'un ni l'autre } (11^2 = 121 < 129 < 144 = 12^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°139



CAPU0139

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 4 \times 4^2 - 1 = 4 \times 16 - 1 = 64 - 1 = 63$

$$B = (4 \times 4)^2 - 1 = 16^2 - 1 = 256 - 1 = 255$$

$$C = 1^2 + 4^2 = 1 + 16 = 17$$

$$D = (1 + 4)^2 = 5^2 = 25$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 4×4 . Et $C \neq D$: le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On calcule séparément chaque membre, puis on compare.

$$\text{Pour } n = 8 : n^2 + 4 = 8^2 + 4 = 64 + 4 = 68 \text{ et } 5n = 5 \times 8 = 40.$$

$68 \neq 40$: l'égalité est fausse pour $n = 8$.

$$\text{Pour } n = 4 : n^2 + 4 = 4^2 + 4 = 16 + 4 = 20 \text{ et } 5n = 5 \times 4 = 20.$$

$20 = 20$: l'égalité est vraie pour $n = 4$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 1$, et seulement pour 4 et 1.)

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 6^2 = \pi \times 36 = 36\pi$

a) L'aire exacte est $36\pi \text{ m}^2$.

$$36 \times 3,14 = 113,04$$

b) L'aire vaut environ 113 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 6^2$, et non $(\pi \times 6)^2$. On élève 6 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 10 et 35. » $\rightarrow$ encore 24 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 16, 25.

« Je ne suis pas divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 25.

Le nombre mystère est 25 ($25 = 5^2$).