



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°14



CAPU0014

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est la somme de 11 et du produit de 5 par 6.
- **B** est le produit de la somme de 11 et 5 par 6.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = 25 - 4 \times 4 \quad D = 2 \times 5^2 \quad E = 4 + 6 \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

767 divisé par 3 803 divisé par 13

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 436 par 15 ? Justifier.

$$(a) 436 = 15 \times 30 - 14 \quad (b) 436 = 15 \times 28 + 16 \quad (c) 436 = 15 \times 29 + 1$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 143 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 701					
5 100					
875					
357					
3 592					

2. Dans le nombre $46\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 5 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 189 est un multiple de 9.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°14



CAPU0014

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 9 + 8 \times 9 \quad B = 3 \times 6 - 2 \times 3$$

$$C = (2 + 4) \times 3 - 10 \quad D = 8,3 + 6 \times 0,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$7 - 2 + 3 + 3 = 5 \quad 8 \times 9 - 6 + 7 = 80$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 36 \times 80 + 36 \times 20 \quad F = 4 \times 41 \times 25 \quad G = 15 \times 99$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$5 \times 5 \quad 6 + 6 + 6 \quad 0,7 \times 0,7 \quad 4 \times 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 2^3 \quad 0,9^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$1^3 = 1 \quad \text{La somme de deux carrés est toujours un carré.} \quad 2 \times 6^2 = 12^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

29 ; 75 ; 27 ; 59 ; 25 ; 121

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 2 \times 3^2 - 5 \quad B = (2 \times 3)^2 - 5$$

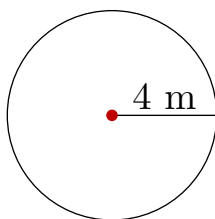
$$C = 7^2 + 4^2 \quad D = (7 + 4)^2$$

2. On pose $A = 2a^2 - 6$ et $B = (2a)^2 - 6$. Calculer A et B pour $a = 2$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un bassin circulaire a un rayon de 4 m. On rappelle que l'aire d'un disque de rayon r est $\pi \times r^2$.



a) Donner la valeur exacte de son aire, en m^2 .

b) En prenant 3,14 pour π , donner l'aire arrondie au m^2 .

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 122 et 179.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je suis divisible par 2.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = 11 + 5 \times 6 = 11 + 30 = 41$

$B = (11 + 5) \times 6 = 16 \times 6 = 96$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 25 - 4 \times 4$ est une **différence** : c'est la différence entre 25 et le produit de 4 par 4.

$D = 2 \times 5^2$ est un **produit** : c'est le double du carré de 5.

$E = 4 + 6 \times 4$ est une **somme** : c'est la somme de 4 et du produit de 6 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 255 = 765 \leq 767 < 768 = 3 \times 256$: le quotient est 255, le reste $767 - 765 = 2$.

$767 = 3 \times 255 + 2$, avec $2 < 3$.

$13 \times 61 = 793 \leq 803 < 806 = 13 \times 62$: le quotient est 61, le reste $803 - 793 = 10$.

$803 = 13 \times 61 + 10$, avec $10 < 13$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 15 » :

(a) $436 = 15 \times 30 - 14$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $436 = 15 \times 28 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 15, on pouvait encore mettre 15 une fois de plus.

(c) $436 = 15 \times 29 + 1$: le reste 1 est bien inférieur à 15. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 29, reste 1.

Comme $1 < 29$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 436 par 29 : quotient 15, reste 1.

3. $143 = 12 \times 11 + 11$, avec $11 < 12$

a) Elle remplit 11 boîtes pleines.

b) Il reste 11 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
1 701	non	oui	non	oui	non
5 100	oui	oui	oui	non	oui
875	non	non	oui	non	non
357	non	oui	non	non	non
3 592	oui	non	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°14



CAPU0014

Sommes des chiffres :

$$1\ 701 \rightarrow 1 + 7 + 0 + 1 = 9 \quad 5\ 100 \rightarrow 5 + 1 + 0 + 0 = 6 \quad 875 \rightarrow 8 + 7 + 5 = 20$$
$$357 \rightarrow 3 + 5 + 7 = 15 \quad 3\ 592 \rightarrow 3 + 5 + 9 + 2 = 19$$

2. Divisible par 5 : $\square$ vaut 0 ou 5.

Divisible par 3 : $4 + 6 + \square = 10 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 5 : 15$$

Une seule solution : 465.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 80 est pair mais $80 = 3 \times 26 + 2$.
« 189 est un multiple de 9. » **Vrai.** $189 = 9 \times 21$: le reste de la division de 189 par 9 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 9 + 8 \times 9 = 9 + 72 = 81$

$$B = 3 \times 6 - 2 \times 3 = 18 - 6 = 12$$

$$C = (2 + 4) \times 3 - 10 = 6 \times 3 - 10 = 18 - 10 = 8$$

$$D = 8,3 + 6 \times 0,2 = 8,3 + 1,2 = 9,5$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$7 - (2 + 3) + 3 = 7 - 5 + 3 = 2 + 3 = 5$$

$$8 \times (9 - 6 + 7) = 8 \times (3 + 7) = 8 \times 10 = 80$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 36 \times 80 + 36 \times 20 = 36 \times (80 + 20) = 36 \times 100 = 3\ 600$$

$$F = 4 \times 41 \times 25 = 4 \times 25 \times 41 = 100 \times 41 = 4\ 100$$

$$G = 15 \times 99 = 15 \times (100 - 1) = 15 \times 100 - 15 \times 1 = 1\ 500 - 15 = 1\ 485$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $5 \times 5 = 5^2$ $0,7 \times 0,7 = 0,7^2$ $4 \times 4 \times 4 = 4^3$

$$6 + 6 + 6 = 3 \times 6 = 18 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 6^3 = 216.$$

2. $6^2 = 6 \times 6 = 36$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,9^2 = 0,9 \times 0,9 = 0,81$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$$

3. « $1^3 = 1$ » **Vrai.** $1 \times 1 \times 1 = 1$.

« La somme de deux carrés est toujours un carré. » **Faux.** Contre-exemple : $1^2 + 3^2 = 1 + 9 = 10$, qui n'est le carré d'aucun entier ($3^2 = 9$ et $4^2 = 16$). Cela arrive parfois ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$), mais pas toujours.

$$\text{« } 2 \times 6^2 = 12^2 \text{ » Faux. } 2 \times 6^2 = 2 \times 36 = 72, \text{ alors que } 12^2 = 144. \text{ Le carré ne porte que sur 6.}$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$25 = 5^2 : \text{carré} \quad 27 = 3^3 : \text{cube}$$

$$29 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 29 < 36 = 6^2) \quad 59 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 59 < 64 = 8^2)$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°14



CAPU0014

75 : ni l'un ni l'autre ($8^2 = 64 < 75 < 81 = 9^2$) $121 = 11^2$: **carré**

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 2 \times 3^2 - 5 = 2 \times 9 - 5 = 18 - 5 = 13$

$$B = (2 \times 3)^2 - 5 = 6^2 - 5 = 36 - 5 = 31$$

$$C = 7^2 + 4^2 = 49 + 16 = 65$$

$$D = (7 + 4)^2 = 11^2 = 121$$

$A \neq B$: dans A, seul 3 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 2×3 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés**.

2. On remplace a par 2 en rétablissant les signes $\times$.

$$A = 2a^2 - 6 = 2 \times 2^2 - 6 = 2 \times 4 - 6 = 8 - 6 = 2$$

$$B = (2a)^2 - 6 = (2 \times 2)^2 - 6 = 4^2 - 6 = 16 - 6 = 10$$

Dans A, seul a est au carré ; dans B, c'est le produit 2a tout entier.

Exercice 7 — Correction

1. $A = \pi \times 4^2 = \pi \times 16 = 16\pi$

a) L'aire exacte est $16\pi \text{ m}^2$.

$$16 \times 3,14 = 50,24$$

b) L'aire vaut environ 50 m^2 .

Le carré porte sur le **rayon seul** : $\pi \times 4^2$, et non $(\pi \times 4)^2$. On élève 4 au carré, puis on multiplie par π .

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 122 et 179. » $\rightarrow$ encore 56 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 144, 169.

« Je suis divisible par 2. » $\rightarrow$ reste : 144.

Le nombre mystère est 144 ($144 = 12^2$).