



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°140



CAPU0140

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le produit de la somme de 2 et 6 par 2.
- **B** est la somme de 2 et du produit de 6 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = (5 + 5) \times 8 \quad \mathbf{D} = (4 + 50) \div 9 \quad \mathbf{E} = (2 \times 6)^2$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

$$307 \text{ divisé par } 6 \quad 516 \text{ divisé par } 26$$

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 224 par 13 ? Justifier.

$$(a) 224 = 13 \times 18 - 10 \quad (b) 224 = 13 \times 16 + 16 \quad (c) 224 = 13 \times 17 + 3$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

On distribue un jeu de 52 cartes entre 8 joueurs : chacun reçoit le même nombre de cartes, le plus possible. Les cartes restantes forment la pioche.

- Combien de cartes chaque joueur reçoit-il ?
- Combien de cartes y a-t-il dans la pioche ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 050					
3 357					
515					
8 104					
951					

2. Dans le nombre $59\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 42.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°140



CAPU0140

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 2 + 6 \times 8 \quad B = 81 \div 9 \times 3$$

$$C = (5 + 8) \times 4 - 19 \quad D = 8,3 + 5 \times 0,5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$2 \times 3 + 3 \times 3 = 27 \quad 9 - 3 + 2 \times 5 = 40$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 20 \times 101 \quad F = 30 + 7,8 + 70 \quad G = 35 \times 76 + 35 \times 24$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 6 \times 6 \quad 2,5 \times 2,5 \quad 2 \times 2 \times 2$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$8^2 \quad 2^3 \quad 0,6^2 \quad 10^3 \quad 40^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$10^3 = 1\,000 \quad 4^2 = 8 \quad 5^3 = 15$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 46 ; 64 ; 149 ; 49 ; 100

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 9 \quad B = (5 \times 4)^2 - 9$$

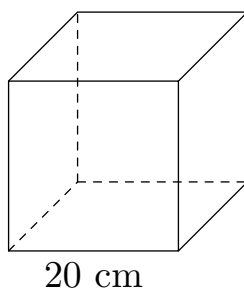
$$C = 7^2 + 3^2 \quad D = (7 + 3)^2$$

2. L'égalité $n^2 + 20 = 9n$ est-elle vraie pour $n = 4$? Pour $n = 3$?

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un aquarium a la forme d'un cube de 20 cm d'arête.



a) Calculer son volume en cm^3 .

b) Sachant qu'un cube de 10 cm d'arête contient exactement 1 litre, combien de litres d'eau l'aquarium peut-il contenir ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 25 et 75. Je suis le carré d'un nombre entier.
Je suis le cube d'un nombre entier.



Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (2 + 6) \times 2 = 8 \times 2 = 16$

$B = 2 + 6 \times 2 = 2 + 12 = 14$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = (5 + 5) \times 8$ est un **produit** : c'est le produit de la somme de 5 et 5 par 8.

$D = (4 + 50) \div 9$ est un **quotient** : c'est le quotient de la somme de 4 et 50 par 9.

$E = (2 \times 6)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 6.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $6 \times 51 = 306 \leq 307 < 312 = 6 \times 52$: le quotient est 51, le reste $307 - 306 = 1$.

$307 = 6 \times 51 + 1$, avec $1 < 6$.

$26 \times 19 = 494 \leq 516 < 520 = 26 \times 20$: le quotient est 19, le reste $516 - 494 = 22$.

$516 = 26 \times 19 + 22$, avec $22 < 26$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 13 » :

(a) $224 = 13 \times 18 - 10$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(b) $224 = 13 \times 16 + 16$: le « reste » 16 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(c) $224 = 13 \times 17 + 3$: le reste 3 est bien inférieur à 13. ✓

C'est l'égalité (c) : quotient 17, reste 3.

Comme $3 < 17$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 224 par 17 : quotient 13, reste 3.

3. $52 = 8 \times 6 + 4$, avec $4 < 8$

a) **Chaque joueur reçoit 6 cartes.**

b) **La pioche contient 4 cartes.**

Le reste est toujours **plus petit que le diviseur** : s'il restait 8 cartes ou plus, on pourrait encore en donner une à chacun.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
7 050	oui	oui	oui	non	oui
3 357	non	oui	non	oui	non
515	non	non	oui	non	non
8 104	oui	non	non	non	non
951	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°140



CAPU0140

Sommes des chiffres :

$$\begin{array}{lll} 7\ 050 \rightarrow 7 + 0 + 5 + 0 = 12 & 3\ 357 \rightarrow 3 + 3 + 5 + 7 = 18 & 515 \rightarrow 5 + 1 + 5 = 11 \\ 8\ 104 \rightarrow 8 + 1 + 0 + 4 = 13 & 951 \rightarrow 9 + 5 + 1 = 15 & \end{array}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $5 + 9 + \square = 14 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 4 : 18$$

Une seule solution : 594.

3. « Un nombre dont le chiffre des unités est 3 est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 73 se termine par 3, mais $73 = 3 \times 24 + 1$. Pour 3, on regarde la **somme des chiffres**, pas le dernier.

« 3 est un diviseur de 42. » **Vrai.** $42 = 3 \times 14$: le reste de la division de 42 par 3 est nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 2 + 6 \times 8 = 2 + 48 = 50$

$$B = 81 \div 9 \times 3 = 9 \times 3 = 27$$

$$C = (5 + 8) \times 4 - 19 = 13 \times 4 - 19 = 52 - 19 = 33$$

$$D = 8,3 + 5 \times 0,5 = 8,3 + 2,5 = 10,8$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$(2 \times 3 + 3) \times 3 = (6 + 3) \times 3 = 9 \times 3 = 27$$

$$(9 - 3 + 2) \times 5 = (6 + 2) \times 5 = 8 \times 5 = 40$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 20 \times 101 = 20 \times (100 + 1) = 20 \times 100 + 20 \times 1 = 2\ 000 + 20 = 2\ 020$$

$$F = 30 + 7,8 + 70 = 30 + 70 + 7,8 = 100 + 7,8 = 107,8$$

$$G = 35 \times 76 + 35 \times 24 = 35 \times (76 + 24) = 35 \times 100 = 3\ 500$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $6 \times 6 = 6^2$ $2,5 \times 2,5 = 2,5^2$ $2 \times 2 \times 2 = 2^3$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2. $8^2 = 8 \times 8 = 64$ $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ $0,6^2 = 0,6 \times 0,6 = 0,36$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$$
 $40^2 = 40 \times 40 = 1\ 600$

3. « $10^3 = 1\ 000$ » **Vrai.** $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000$: un 1 suivi de trois zéros.

« $4^2 = 8$ » **Faux.** $4^2 = 4 \times 4 = 16$. L'exposant ne multiplie pas : $4 \times 2 = 8$, c'est le double.

« $5^3 = 15$ » **Faux.** $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$, et non 3×5 .

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$46 : \text{ni l'un ni l'autre } (6^2 = 36 < 46 < 49 = 7^2) \quad 49 = 7^2 : \text{carré}$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 100 = 10^2 : \text{carré}$$

$$149 : \text{ni l'un ni l'autre } (12^2 = 144 < 149 < 169 = 13^2) \quad 1\ 000 = 10^3 : \text{cube}$$



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°140



CAPU0140

Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 9 = 5 \times 16 - 9 = 80 - 9 = 71$

$B = (5 \times 4)^2 - 9 = 20^2 - 9 = 400 - 9 = 391$

$C = 7^2 + 3^2 = 49 + 9 = 58$

$D = (7 + 3)^2 = 10^2 = 100$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On calcule **séparément** chaque membre, puis on compare.

Pour $n = 4$: $n^2 + 20 = 4^2 + 20 = 16 + 20 = 36$ et $9n = 9 \times 4 = 36$.

36 = 36 : l'égalité est vraie pour $n = 4$.

Pour $n = 3$: $n^2 + 20 = 3^2 + 20 = 9 + 20 = 29$ et $9n = 9 \times 3 = 27$.

29 $\neq$ 27 : l'égalité est fausse pour $n = 3$.

Une égalité avec une lettre peut être vraie pour certaines valeurs et fausse pour d'autres. (Celle-ci est vraie aussi pour $n = 5$, et seulement pour 4 et 5.)

Exercice 7 — Correction

1. $V = 20^3 = 20 \times 20 \times 20 = 8\,000$

a) Le volume est de 8 000 cm³.

Un cube de 10 cm d'arête a pour volume $10^3 = 1\,000 \text{ cm}^3 = 1 \text{ L}$.

$8\,000 \div 1\,000 = 8$

b) L'aquarium contient 8 litres.

Autre façon de voir : 20 cm, c'est 2 fois 10 cm ; on range $2 \times 2 \times 2 = 8$ cubes d'un litre dans l'aquarium.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 25 et 75. » $\rightarrow$ encore 49 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 36, 49, 64.

« Je suis le cube d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 64.

Le nombre mystère est 64 ($64 = 8^2$ et $64 = 4^3$).