



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°141



CAPU0141

Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.  
Sans calculatrice.

## Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 18 et 8 par 2.
- **B** est la somme de 18 et du quotient de 8 par 2.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$C = (2 \times 4)^2 \quad D = 3^2 + 6^2 \quad E = (1 + 2)^3$$

## Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité  $a = b \times q + r$  qui la traduit.

653 divisé par 6      1 370 divisé par 26

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 332 par 13 ? Justifier.

$$(a) 332 = 13 \times 24 + 20 \quad (b) 332 = 13 \times 26 - 6 \quad (c) 332 = 13 \times 25 + 7$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Aujourd'hui, nous sommes dimanche.

- a) Combien de semaines complètes y a-t-il dans 50 jours ?  
b) Quel jour de la semaine serons-nous dans 50 jours ?

## Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

| Nombre | par 2 | par 3 | par 5 | par 9 | par 10 |
|--------|-------|-------|-------|-------|--------|
| 115    |       |       |       |       |        |
| 9 621  |       |       |       |       |        |
| 951    |       |       |       |       |        |
| 1 414  |       |       |       |       |        |
| 2 200  |       |       |       |       |        |

2. Dans le nombre  $1\square 0$ , le symbole  $\square$  remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 3 est un diviseur de 73.



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°141



CAPU0141

### Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 48 - 4 \times 4 \quad B = 20 + 40 \div 8 \times 4$$

$$C = (7 + 6) \times 4 - 7 \quad D = 3,5 + 3 \times 1,2$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$8 \times 9 + 7 \times 2 = 184 \quad 6 \times 4 - 8 - 7 = 23$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 \quad F = 2 \times 83 \times 5 \quad G = 22 \times 99$$

### Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$4 + 4 + 4 \quad 4 \times 4 \times 4 \quad 1,1 \times 1,1 \quad 4 \times 4$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$6^2 \quad 3^3 \quad 0,4^2 \quad 10^3 \quad 30^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$0,2^2 = 0,4 \quad 3 \times 3^2 = 9^2 \quad 1^3 = 1$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

1 000 ; 110 ; 49 ; 26 ; 64 ; 16

### Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 3 \times 2^2 - 2 \quad B = (3 \times 2)^2 - 2$$

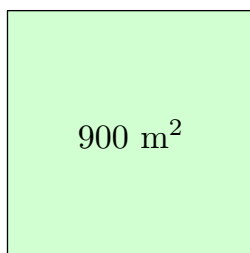
$$C = 3^2 + 6^2 \quad D = (3 + 6)^2$$

2. Calculer l'expression  $9a^2$  pour  $a = 4$ , puis pour  $a = 0,5$ .

### Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Un jardin a la forme d'un carré. Son aire est de  $900 \text{ m}^2$ .



a) Quelle est la longueur de son côté ?

b) Quel est son périmètre ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 18 et 63.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 9.

Je ne suis pas divisible par 5.



# Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°141



CAPU0141

## Correction

### Exercice 1 — Correction

**La nature d'une expression, c'est sa dernière opération.** «  $3 + 4 \times 5$  » est une somme : on calcule d'abord  $4 \times 5$ , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1.  $A = (18 + 8) \div 2 = 26 \div 2 = 13$

$B = 18 + 8 \div 2 = 18 + 4 = 22$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est **le premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2.  $C = (2 \times 4)^2$  est un **carré** : c'est le carré du double de 4.

$D = 3^2 + 6^2$  est une **somme** : c'est la somme des carrés de 3 et de 6.

$E = (1 + 2)^3$  est un **cube** : c'est le cube de la somme de 1 et 2.

### Exercice 2 — Correction

**Division euclidienne de a par b** : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que  $a = b \times q + r$ , avec  $r < b$ .

1.  $6 \times 108 = 648 \leq 653 < 654 = 6 \times 109$  : le quotient est 108, le reste  $653 - 648 = 5$ .

$653 = 6 \times 108 + 5$ , avec  $5 < 6$ .

$26 \times 52 = 1\,352 \leq 1\,370 < 1\,378 = 26 \times 53$  : le quotient est 52, le reste  $1\,370 - 1\,352 = 18$ .

$1\,370 = 26 \times 52 + 18$ , avec  $18 < 26$ .

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste  $< 13$  » :

(a)  $332 = 13 \times 24 + 20$  : le « reste » 20 est plus grand que 13, on pouvait encore mettre 13 une fois de plus.

(b)  $332 = 13 \times 26 - 6$  : ce n'est pas la forme  $b \times q + r$  (on retranche au lieu d'ajouter).

(c)  $332 = 13 \times 25 + 7$  : le reste 7 est bien inférieur à 13. ✓

**C'est l'égalité (c) : quotient 25, reste 7.**

Comme  $7 < 25$  aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 332 par 25 : quotient 13, reste 7.

3.  $50 = 7 \times 7 + 1$

**a) 50 jours font 7 semaines complètes et 1 jour.**

Après 7 semaines complètes, on est de nouveau dimanche. Il reste à avancer de 1 jour : dimanche → lundi.

**b) Dans 50 jours, nous serons lundi.**

### Exercice 3 — Correction

**Par 2** : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la **somme des chiffres** est divisible par 3 (par 9).

1.

| Nombre | par 2      | par 3      | par 5      | par 9      | par 10     |
|--------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 115    | non        | non        | <b>oui</b> | non        | non        |
| 9 621  | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        |
| 951    | non        | <b>oui</b> | non        | non        | non        |
| 1 414  | <b>oui</b> | non        | non        | non        | non        |
| 2 200  | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> | non        | <b>oui</b> |



## Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°141



CAPU0141

Sommes des chiffres :

$$115 \rightarrow 1 + 1 + 5 = 7 \quad 9\,621 \rightarrow 9 + 6 + 2 + 1 = 18 \quad 951 \rightarrow 9 + 5 + 1 = 15$$
$$1\,414 \rightarrow 1 + 4 + 1 + 4 = 10 \quad 2\,200 \rightarrow 2 + 2 + 0 + 0 = 4$$

2. Somme des chiffres :  $1 + \square + 0 = 1 + \square$ . Elle doit être dans la table de 3.

$$\square = 2 : 3 ; \square = 5 : 6 ; \square = 8 : 9$$

**3 solutions : 120, 150, 180.**

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 70 est pair mais  $70 = 3 \times 23 + 1$ .  
« 3 est un diviseur de 73. » **Faux.**  $73 = 3 \times 24 + 1$  : le reste n'est pas nul.

### Exercice 4 — Correction

**Ordre des calculs** : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis  $\times$  et  $\div$ , enfin  $+$  et  $-$ . À priorité égale, **de gauche à droite**.

1.  $A = 48 - 4 \times 4 = 48 - 16 = 32$

$$B = 20 + 40 \div 8 \times 4 = 20 + 5 \times 4 = 20 + 20 = 40$$

$$C = (7 + 6) \times 4 - 7 = 13 \times 4 - 7 = 52 - 7 = 45$$

$$D = 3,5 + 3 \times 1,2 = 3,5 + 3,6 = 7,1$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$8 \times (9 + 7 \times 2) = 8 \times (9 + 14) = 8 \times 23 = 184$$

$$6 \times 4 - (8 - 7) = 6 \times 4 - 1 = 24 - 1 = 23$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000...

$$E = 12,5 \times 0,25 + 12,5 \times 0,75 = 12,5 \times (0,25 + 0,75) = 12,5 \times 1 = 12,5$$

$$F = 2 \times 83 \times 5 = 2 \times 5 \times 83 = 10 \times 83 = 830$$

$$G = 22 \times 99 = 22 \times (100 - 1) = 22 \times 100 - 22 \times 1 = 2\,200 - 22 = 2\,178$$

**Distributivité** :  $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$  et  $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$ . Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

### Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$  (a au carré) et  $a^3 = a \times a \times a$  (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1.  $4 \times 4 \times 4 = 4^3$      $1,1 \times 1,1 = 1,1^2$      $4 \times 4 = 4^2$

$$4 + 4 + 4 = 3 \times 4 = 12 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 4^3 = 64.$$

2.  $6^2 = 6 \times 6 = 36$      $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$      $0,4^2 = 0,4 \times 0,4 = 0,16$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000 \quad 30^2 = 30 \times 30 = 900$$

3. «  $0,2^2 = 0,4$  » **Faux.**  $0,2^2 = 0,2 \times 0,2 = 0,04$  : un dixième fois un dixième donne des centièmes.

$$\text{« } 3 \times 3^2 = 9^2 \text{ » Faux. } 3 \times 3^2 = 3 \times 9 = 27, \text{ alors que } 9^2 = 81. \text{ Le carré ne porte que sur } 3.$$

$$\text{« } 1^3 = 1 \text{ » Vrai. } 1 \times 1 \times 1 = 1.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 26 : \text{ni l'un ni l'autre } (5^2 = 25 < 26 < 36 = 6^2)$$

$$49 = 7^2 : \text{carré} \quad 64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube !}$$

$$110 : \text{ni l'un ni l'autre } (10^2 = 100 < 110 < 121 = 11^2) \quad 1\,000 = 10^3 : \text{cube}$$



## Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1.  $A = 3 \times 2^2 - 2 = 3 \times 4 - 2 = 12 - 2 = 10$

$$B = (3 \times 2)^2 - 2 = 6^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

$$C = 3^2 + 6^2 = 9 + 36 = 45$$

$$D = (3 + 6)^2 = 9^2 = 81$$

$A \neq B$  : dans A, seul 2 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit  $3 \times 2$ . Et  $C \neq D$  : le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.

2. On remplace a par sa valeur, en rétablissant le signe  $\times$  qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } a = 4 : 9a^2 = 9 \times 4^2 = 9 \times 16 = 144$$

$$\text{Pour } a = 0,5 : 9a^2 = 9 \times 0,5^2 = 9 \times 0,25 = 2,25$$

## Exercice 7 — Correction

1. On cherche le nombre qui, multiplié par lui-même, donne 900 :  $30 \times 30 = 900$ , c'est-à-dire  $30^2 = 900$ .

a) Le côté mesure 30 m.

$$4 \times 30 = 120$$

b) Le périmètre est de 120 m.

Ne pas confondre : l'aire du carré est **côté<sup>2</sup>**, son périmètre **4 × côté**.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 18 et 63. » → encore 44 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » → reste : 25, 36, 49.

« Je ne suis pas divisible par 9. » → reste : 25, 49.

« Je ne suis pas divisible par 5. » → reste : 49.

**Le nombre mystère est 49 ( $49 = 7^2$ ).**