



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°142



Sept exercices sur les deux premières leçons de 5e : les opérations et la divisibilité, puis les carrés et les cubes.
Sans calculatrice.

Exercice 1 — Le vocabulaire des opérations

1. Traduire chaque phrase par une expression, puis la calculer.

- **A** est le quotient de la somme de 20 et 45 par 5.
- **B** est la somme de 20 et du quotient de 45 par 5.

2. Pour chaque expression, dire s'il s'agit d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient, d'un carré ou d'un cube, puis l'écrire en toutes lettres.

$$\mathbf{C} = 9 \times (7 - 5) \quad \mathbf{D} = (2 \times 5)^2 \quad \mathbf{E} = 27 - 6 \times 4$$

Exercice 2 — Division euclidienne

1. Effectuer chaque division euclidienne, puis écrire l'égalité $a = b \times q + r$ qui la traduit.

595 divisé par 3 1 401 divisé par 14

2. Les trois égalités suivantes sont vraies. Laquelle traduit la division euclidienne de 71 par 8 ? Justifier.

$$(a) 71 = 8 \times 8 + 7 \quad (b) 71 = 8 \times 9 - 1 \quad (c) 71 = 8 \times 7 + 15$$

L'égalité choisie traduit aussi une **autre** division euclidienne. Laquelle ?

3. Problème.

Une ferme a ramassé 142 œufs. Elle les range dans des boîtes de 12 œufs.

- Combien de boîtes pleines peut-elle remplir ?
- Combien d'œufs reste-t-il hors des boîtes ?

Exercice 3 — Critères de divisibilité

1. Recopier et compléter le tableau par oui ou non.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 050					
965					
2 817					
5 686					
867					

2. Dans le nombre $45\square$, le symbole $\square$ remplace un chiffre. Trouver **toutes** les valeurs possibles de ce chiffre pour que le nombre soit divisible à la fois par 2 et par 3.

3. Vrai ou faux ? Justifier.

- Un nombre pair est divisible par 3.
- 35 est un multiple de 3.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°142



CAPU0142

Exercice 4 — Priorités opératoires

1. Calculer en détaillant les étapes.

$$A = 81 - 5 \times 6 \quad B = 2 \times 9 - 6 \times 2$$

$$C = (9 \times 3 - 3) \div 5 \quad D = [3 + 2 \times (10 - 1)] \div 5$$

2. Ajouter **une** paire de parenthèses pour que chaque égalité soit vraie.

$$3 + 7 - 6 + 4 = 0 \quad 5 \times 5 + 9 + 5 = 95$$

3. Calculer astucieusement, sans poser d'opération.

$$E = 45 \times 101 \quad F = 83 + 0,75 + 17 \quad G = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6$$

Exercice 5 — Carrés et cubes

1. Écrire sous la forme d'un carré ou d'un cube, quand c'est possible. Sinon, écrire plus simplement.

$$1,5 \times 1,5 \quad 5 \times 5 \quad 3 \times 3 \times 3 \quad 7 + 7 + 7$$

2. Calculer sans calculatrice.

$$7^2 \quad 5^3 \quad 0,7^2 \quad 10^3 \quad 20^2$$

3. Vrai ou faux ? Si c'est faux, écrire le bon résultat.

$$2^3 = 3^2 \quad 10^3 = 1\,000 \quad (3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2$$

4. Parmi les nombres suivants, lesquels sont le carré d'un nombre entier ? Lesquels sont le cube d'un nombre entier ?

125 ; 84 ; 81 ; 56 ; 16 ; 64

Exercice 6 — Calculer avec des puissances

1. Calculer, puis comparer A et B, puis C et D.

$$A = 5 \times 4^2 - 3 \quad B = (5 \times 4)^2 - 3$$

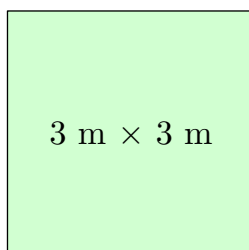
$$C = 4^2 + 3^2 \quad D = (4 + 3)^2$$

2. Calculer l'expression $n^2 + 7n$ pour $n = 6$, puis pour $n = 0,5$.

Exercice 7 — Problèmes

1. Aire ou volume ?

Une salle de bain carrée mesure 3 m de côté. On la carrelle avec des carreaux carrés de 20 cm de côté.



a) Combien de carreaux faut-il placer le long d'un côté ?

b) Combien de carreaux faut-il en tout ?

2. Qui suis-je ?

Je suis compris entre 88 et 132.

Je suis le carré d'un nombre entier.

Je ne suis pas divisible par 5.



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°142



CAPU0142

Correction

Exercice 1 — Correction

La nature d'une expression, c'est sa dernière opération. « $3 + 4 \times 5$ » est une somme : on calcule d'abord 4×5 , et l'opération qui termine le calcul est l'addition.

1. $A = (20 + 45) \div 5 = 65 \div 5 = 13$

$B = 20 + 45 \div 5 = 20 + 9 = 29$

Mêmes mots, ordre différent, résultats différents : c'est le **premier mot** qui dit quelle opération se fait en dernier.

2. $C = 9 \times (7 - 5)$ est un **produit** : c'est le produit de 9 par la différence entre 7 et 5.

$D = (2 \times 5)^2$ est un **carré** : c'est le carré du double de 5.

$E = 27 - 6 \times 4$ est une **différence** : c'est la différence entre 27 et le produit de 6 par 4.

Exercice 2 — Correction

Division euclidienne de a par b : on cherche deux entiers q (quotient) et r (reste) tels que $a = b \times q + r$, avec $r < b$.

1. $3 \times 198 = 594 \leq 595 < 597 = 3 \times 199$: le quotient est 198, le reste $595 - 594 = 1$.

$595 = 3 \times 198 + 1$, avec $1 < 3$.

$14 \times 100 = 1\,400 \leq 1\,401 < 1\,414 = 14 \times 101$: le quotient est 100, le reste $1\,401 - 1\,400 = 1$.

$1\,401 = 14 \times 100 + 1$, avec $1 < 14$.

2. Les trois égalités sont justes, mais une seule respecte la condition « reste < 8 » :

(a) $71 = 8 \times 8 + 7$: le reste 7 est bien inférieur à 8. ✓

(b) $71 = 8 \times 9 - 1$: ce n'est pas la forme $b \times q + r$ (on retranche au lieu d'ajouter).

(c) $71 = 8 \times 7 + 15$: le « reste » 15 est plus grand que 8, on pouvait encore mettre 8 une fois de plus.

C'est l'égalité (a) : quotient 8, reste 7.

Comme $7 < 8$ aussi, la même égalité traduit la division euclidienne de 71 par 8 : quotient 8, reste 7.

3. $142 = 12 \times 11 + 10$, avec $10 < 12$

a) Elle remplit 11 boîtes pleines.

b) Il reste 10 œufs.

Le quotient donne le nombre de boîtes **pleines**, le reste ce qui ne suffit pas à en remplir une de plus.

Exercice 3 — Correction

Par 2 : chiffre des unités pair. **Par 5** : chiffre des unités 0 ou 5. **Par 10** : chiffre des unités 0. **Par 3** (par 9) : la somme des chiffres est divisible par 3 (par 9).

1.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
3 050	oui	non	oui	non	oui
965	non	non	oui	non	non
2 817	non	oui	non	oui	non
5 686	oui	non	non	non	non
867	non	oui	non	non	non



Nombres, calculs et puissances

5e — Fiche n°142



CAPU0142

Sommes des chiffres :

$$\begin{aligned} 3\ 050 &\rightarrow 3 + 0 + 5 + 0 = 8 & 965 &\rightarrow 9 + 6 + 5 = 20 & 2\ 817 &\rightarrow 2 + 8 + 1 + 7 = 18 \\ 5\ 686 &\rightarrow 5 + 6 + 8 + 6 = 25 & 867 &\rightarrow 8 + 6 + 7 = 21 \end{aligned}$$

2. Divisible par 2 : $\square$ est pair (0, 2, 4, 6 ou 8).

Divisible par 3 : $4 + 5 + \square = 9 + \square$ doit être dans la table de 3.

$$\square = 0 : 9 ; \square = 6 : 15$$

2 solutions : 450, 456.

3. « Un nombre pair est divisible par 3. » **Faux.** Contre-exemple : 32 est pair mais $32 = 3 \times 10 + 2$.
« 35 est un multiple de 3. » **Faux.** $35 = 3 \times 11 + 2$: le reste n'est pas nul.

Exercice 4 — Correction

Ordre des calculs : d'abord ce qui est entre parenthèses (les plus intérieures en premier), puis les puissances, puis $\times$ et $\div$, enfin $+$ et $-$. À priorité égale, **de gauche à droite**.

1. $A = 81 - 5 \times 6 = 81 - 30 = 51$

$$B = 2 \times 9 - 6 \times 2 = 18 - 12 = 6$$

$$C = (9 \times 3 - 3) \div 5 = (27 - 3) \div 5 = 24 \div 5 = 4,8$$

$$D = [3 + 2 \times (10 - 1)] \div 5 = [3 + 2 \times 9] \div 5 = [3 + 18] \div 5 = 21 \div 5 = 4,2$$

2. On essaie les placements possibles ; un seul donne le résultat demandé.

$$3 + 7 - (6 + 4) = 3 + 7 - 10 = 10 - 10 = 0$$

$$5 \times (5 + 9 + 5) = 5 \times (14 + 5) = 5 \times 19 = 95$$

3. On cherche un nombre « rond » : 10, 100, 1 000. ...

$$E = 45 \times 101 = 45 \times (100 + 1) = 45 \times 100 + 45 \times 1 = 4\ 500 + 45 = 4\ 545$$

$$F = 83 + 0,75 + 17 = 83 + 17 + 0,75 = 100 + 0,75 = 100,75$$

$$G = 3,6 \times 0,4 + 3,6 \times 0,6 = 3,6 \times (0,4 + 0,6) = 3,6 \times 1 = 3,6$$

Distributivité : $k \times (a + b) = k \times a + k \times b$ et $k \times (a - b) = k \times a - k \times b$. Lue de gauche à droite, elle développe ; lue de droite à gauche, elle factorise.

Exercice 5 — Correction

$a^2 = a \times a$ (a au carré) et $a^3 = a \times a \times a$ (a au cube). L'exposant dit **combien de fois** le nombre est facteur ; il ne multiplie jamais le nombre.

1. $1,5 \times 1,5 = 1,5^2$ $5 \times 5 = 5^2$ $3 \times 3 \times 3 = 3^3$

$$7 + 7 + 7 = 3 \times 7 = 21 : \text{c'est une somme, pas un produit. Ce n'est pas } 7^3 = 343.$$

2. $7^2 = 7 \times 7 = 49$ $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$ $0,7^2 = 0,7 \times 0,7 = 0,49$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 \quad 20^2 = 20 \times 20 = 400$$

3. « $2^3 = 3^2$ » **Faux.** $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et $3^2 = 3 \times 3 = 9$.

$$\text{« } 10^3 = 1\ 000 \text{ » Vrai. } 10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\ 000 : \text{un 1 suivi de trois zéros.}$$

$$\text{« } (3 + 4)^2 = 3^2 + 4^2 \text{ » Faux. } (3 + 4)^2 = 7^2 = 49, \text{ alors que } 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25.$$

4. On compare aux carrés des entiers de 0 à 12 (0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144) et aux premiers cubes (1, 8, 27, 64, 125, 216, ..., 1 000).

$$16 = 4^2 : \text{carré} \quad 56 : \text{ni l'un ni l'autre } (7^2 = 49 < 56 < 64 = 8^2)$$

$$64 = 8^2 = 4^3 : \text{carré et cube!} \quad 81 = 9^2 : \text{carré}$$

$$84 : \text{ni l'un ni l'autre } (9^2 = 81 < 84 < 100 = 10^2) \quad 125 = 5^3 : \text{cube}$$



Exercice 6 — Correction

Les puissances passent avant les multiplications — mais après les parenthèses.

1. $A = 5 \times 4^2 - 3 = 5 \times 16 - 3 = 80 - 3 = 77$

$$B = (5 \times 4)^2 - 3 = 20^2 - 3 = 400 - 3 = 397$$

$$C = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$D = (4 + 3)^2 = 7^2 = 49$$

$A \neq B$: dans A, seul 4 est élevé au carré ; dans B, c'est tout le produit 5×4 . Et $C \neq D$: **le carré d'une somme n'est pas la somme des carrés.**

2. On remplace n par sa valeur, en rétablissant le signe $\times$ qui était sous-entendu.

$$\text{Pour } n = 6 : n^2 + 7n = 6^2 + 7 \times 6 = 36 + 7 \times 6 = 36 + 42 = 78$$

$$\text{Pour } n = 0,5 : n^2 + 7n = 0,5^2 + 7 \times 0,5 = 0,25 + 7 \times 0,5 = 0,25 + 3,5 = 3,75$$

Exercice 7 — Correction

1. $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$ et $100 \div 20 = 5$: il y a 5 carreaux par mètre.

$$3 \times 5 = 15$$

a) Il faut 15 carreaux le long d'un côté.

$$15 \text{ rangées de 15 carreaux : } 15^2 = 15 \times 15 = 225$$

b) Il faut 225 carreaux en tout.

2. On part de l'encadrement, puis chaque indice élimine des candidats.

« Je suis compris entre 88 et 132. » $\rightarrow$ encore 43 possibilités.

« Je suis le carré d'un nombre entier. » $\rightarrow$ reste : 100, 121.

« Je ne suis pas divisible par 5. » $\rightarrow$ reste : 121.

Le nombre mystère est 121 ($121 = 11^2$).